

## Моделирование циклов Кондратьева и прогнозирование кризисов\*

С. В. Дубовский

*Рассматривается математическая модель циклов Кондратьева, которая соединяет экономический рост с научно-техническим прогрессом, то есть динамикой инноваций. Эта модель сводится к двум дифференциальным уравнениям относительно фондоотдачи и эффективности новых технологий. Для этой пары уравнений строятся фазовые портреты, которые оказываются замкнутыми траекториями вокруг равновесной точки типа «центр». Рассматриваются четыре различные экономико-технологические ситуации, через которые проходит экономическая система и на границах между которыми происходят кризисы. Приводятся прогнозы для пяти возможных кризисов, два из которых уже подтвердились. Рассмотрены три варианта регрессий для описания российского экономического роста, в которых учтена динамика мировых цен на нефть. С помощью вычислительных экспериментов показано, что в последние 20 лет в России не было значимого научно-технического прогресса, а деградация традиционной экономики компенсировалась ростом доходов от нефти за счет роста цен на нее.*

**Ключевые слова:** экономический рост, научно-технический прогресс, экономико-технологические ситуации, циклы Кондратьева, прогнозирование кризисов, вычислительные эксперименты, сбывшиеся прогнозы, связь мирового и российского кризисов.

В статье предполагается, что экономический рост каждой страны зависит от следующих трех составляющих: мирового тренда и характера связи национальной экономики с этим трендом; внутренних особенностей развития, связанных с экономической предысторией и внутренней экономической политикой; кризисов, возникающих в связи с изменением мирового тренда. Считается, что каждая страна проходит свой индивидуальный путь развития, но неизменно погружается в кризис, глубина которого зависит от степени связи страны с мировым трендом и ее индивидуальных усилий по выходу из кризиса.

Предполагается также, что мировой тренд определяется циклами Кондратьева, а кризисы возможны в окрестностях его специальных точек,

---

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 10-06-00252-а).

где меняется мировой тренд. Для того, чтобы обнаружить эти специальные точки и дать их содержательную интерпретацию, предлагается математическая модель циклов Кондратьева, а также математическая модель экономического роста России, которая позволяет предсказать реакцию российской экономики на мировые кризисы.

### Модель циклов Кондратьева

Модель циклов Кондратьева включает следующие уравнения:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = n \frac{\dot{K}}{K} + (1-n) \left( l + \frac{\dot{U}}{U} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{nY}{K} - \mu, \quad (2)$$

$$\frac{\dot{U}}{U} = \frac{nY}{K} \left( \frac{u}{U} - 1 \right), \quad (3)$$

где  $Y(t)$  – ВВП;  $K(t)$  – капитал;  $n$  – норма накопления;  $l$  – темп роста занятости;  $\mu$  – коэффициент амортизации капитала;  $U(t)$  – средний технологический уровень экономики;  $u(t)$  – новейший технологический уровень на вновь вводимых производственных фондах.

Подробный вывод уравнения (1) для описания динамики ВВП, основанный на аксиоматике рыночной экономики с максимизацией прибыли на каждом предприятии и оптимальным распределением капитала, приведен в работе Дубовского (2004). В правой части уравнения (1) ради упрощения модели опущены доходы от капитала, не идущие на инвестиции. В это уравнение включен НТП по Харроду, который повышает производительность труда. Уравнение (2) – стандартное уравнение для описания динамики производственных фондов. Подробный вывод уравнения (3) для описания динамики среднего технологического уровня приведен в статье Дубовского (1989).

Предполагается, что темп роста занятости и коэффициент амортизации производственных фондов зависят от скорости обновления последних, что выражается в виде формул:

$$\mu(t) = \mu_0 \frac{K_0}{I_0} \frac{I}{K}(t), \quad l(t) = l_0 \frac{K_0}{I_0} \frac{I}{K}(t), \quad (4)$$

где инвестиции  $I(t) = n(t)Y(t)$ .

Уравнения (1)–(4) трансформируются в уравнение для новых переменных: фондоотдачи:  $y = Y/K$  и эффективности новых технологий:  $x = u/U$ :

$$\dot{y} = y^2 (1-n) n (x - x_0), \quad (5)$$

где  $x_0 = 2 - \frac{l_0 + \mu_0}{(ny)_0}$ .

Чтобы вывести дифференциальное уравнение для описания динамики эффективности новых технологий  $x = u/U$ , делается предположение, что прирост новейшего технологического уровня пропорционален самому новейшему технологическому уровню и его относительной эффективности, а также финансовым показателям – норме накопления  $n$  и фондоотдаче  $y$ . Это предположение записывается формально в виде:

$$\dot{u} = u \left( \frac{u}{U} - 1 \right) n(a + by), \quad (6)$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные параметры.

Разность уравнения (6), поделенного на  $u$ , и уравнения (3) позволяет записать дифференциальное уравнение для переменной  $x(t)$  в виде:

$$\dot{x} = -\lambda x(x-1)n(y-y_0), \quad (7)$$

где  $\lambda = 1 - b$ ;  $y_0 = a/(1 - b)$ .

Таким образом, исходная модель сведена к системе двух дифференциальных уравнений (5) и (7) относительно двух переменных – эффективности новых технологий  $x(t)$  и фондоотдачи  $y(t)$ , если норма накопления  $n(y)$  задана в виде функции от фондоотдачи. В качестве такой функции обычно используется следующее выражение:

$$n = \alpha - \frac{\beta}{y}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – оцениваемые параметры в регрессии  $I(t) = \alpha Y(t) - \beta K(t)$ . Здесь первый член обычно ассоциируется с прибылью, а второй член – с амортизацией производственных фондов и расходами на себя собственников капиталов.

Заметим, что система (3) и (7) имеет равновесное стационарное решение:  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ , что хорошо согласуется с реальной статистикой. Оценки переменной  $x(t)$  для развитых стран представлены в работе Дубовского (1989), статистика для нормы накопления  $n(t)$  – в монографии под редакцией В. Крелле (Krelle 1990: 101), статистика для фондоотдачи  $y(t)$  – в книге под редакцией М. Месаровича и Е. Пестеля (Mesarovic, Pestel 1974: B60–B65).

Вводя новые переменные – вариации относительно точки  $x_0$ ,  $y_0$  – в виде  $\delta x = x - x_0$ ,  $\delta y = y - y_0$ , получим из (3) и (7) дифференциальные уравнения в вариациях:

$$\frac{d\delta y}{dt} = y_0^2(1-n_0)n_0\delta x, \quad (9)$$

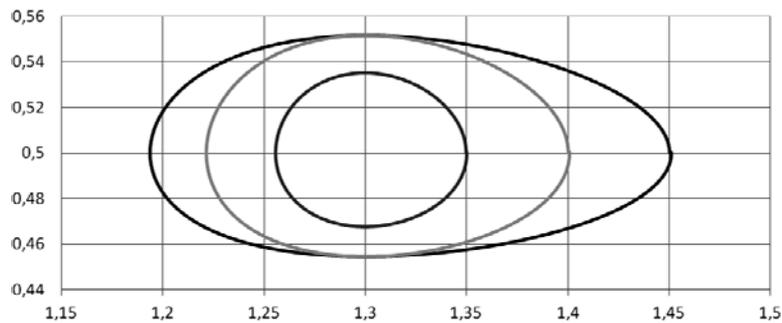
$$\frac{d\delta x}{dt} = -\lambda n_0 x_0(x_0 - 1)\delta y. \quad (10)$$

Умножив уравнения (9) и (10) на подходящие множители, чтобы сумма этих уравнений стала равна нулю, мы можем получить следующий интеграл:

$$\frac{(\delta y)^2}{y_0^2(1-n_0)} + \frac{(\delta x)^2}{\lambda x_0(x_0-1)} = C^2. \quad (11)$$

Уравнение (11) описывает семейство эллипсов для различных значений произвольной постоянной  $C$ . Таким образом, кроме равновесного стационарного решения, которое является трендом, существует еще семейство решений системы (9) и (10) типа «центр», вокруг которого происходит вращение по замкнутым траекториям. Эти орбиты описывают циклы Кондратьева.

Система нелинейных дифференциальных уравнений (5) и (7) была трижды решена численно при следующих условиях. Норма накопления была постоянной:  $n = 0,2$ . Были заданы одни и те же значения равновесного стационарного решения:  $x_0 = 1,3$ ,  $y_0 = 0,5$ . Начальные условия для  $x(0)$  задавались разные:  $x(0) = (1,35; 1,4; 1,45)$ . Начальное условие для  $y$  было постоянным:  $y(0) = 0,5$ . Множитель  $\lambda$  в уравнении (7) принимал значения:  $\lambda = (2,25; 2,7; 3,5)$ . Результаты вычислительного эксперимента представлены на Рис. 1. Система, отклонившаяся от равновесного стационарного тренда, совершала колебания по замкнутым траекториям с периодами  $T = 50,1; 54,9; 60,6$  лет. Вычисленные орбиты в отличие от симметричных орбит, полученных из уравнений в вариациях, уже асимметричны относительно осей, проходящих через точку равновесного стационарного тренда  $x_0, y_0$ .



**Рис. 1.** Фазовые портреты возможных циклов Кондратьева типа «центр» с одной и той же равновесной стационарной точкой  $x_0 = 1,3$ ;  $y_0 = 0,5$ , но разными периодами и отклонениями от центра. Движение по замкнутым орбитам идет против часовой стрелки. Периоды обращения по орбитам  $T = 50,1; 54,9; 60,6$  лет

### Интерпретация результатов и прогнозирование

В рыночной социально-экономической системе с доминированием частной собственности на средства производства решения о финансировании, инвестировании, производстве товаров и услуг принимают миллионы финансистов, инвесторов и предпринимателей. Они формируют эти решения самостоятельно, но разрозненно, ориентируясь на доступную информацию о будущем развитии рынка. Большинство ориентируются на текущую ситуацию, не имея возможности заглянуть в своих планах достаточно далеко, а также согласовать их с другими. В свою очередь потребители принимают решения, какую часть доходов пустить на текущее потребление, а какую – на сбережения. Они тоже не могут заглянуть в будущее и ориентируются на текущую ситуацию.

Однако в цикле Кондратьева текущая ситуация меняется 4 раза. Если через равновесную стационарную точку  $x_0, y_0$  построить новые оси, то они разделят плоскость на четыре квадранта. В первом квадранте цикла фондоотдача и норма прибыли (обе волны практически совпадают по фазе) растут с одновременным снижением эффективности новых технологий. Во втором квадранте после достижения максимума фондоотдача и норма прибыли начинают снижаться, эффективность новых технологий также продолжает снижаться. В третьем квадранте после достижения минимума эффективность новых технологий начинает расти, а фондоотдача и норма прибыли продолжают снижаться. В четвертом квадранте продолжает расти эффективность новых технологий, фондоотдача и норма прибыли начинают расти. Заметим, что спаду фондоотдачи и нормы прибыли предшествует снижение эффективности технологий.

Понятно, что за 11–15 лет предприниматели адаптируются к текущей ситуации и принимают в основном правильные решения. Но когда ситуация меняется, прежние решения перестают быть правильными, и начинается кризис. Таким образом, кризисы происходят в окрестностях смены экономико-технологических ситуаций. Все начинается обычно с обвалов на фондовых биржах как самых чувствительных инструментах рыночной экономики. Разоряются банки и другие финансовые учреждения, пляшут обменные курсы валют, потребители снижают спрос, останавливаются предприятия – снижается производство, наступают социальные последствия – растут безработица и социальные протесты. Правительства пытаются доступными средствами стабилизировать социально-экономическую ситуацию.

Но кризис в рыночной системе – это одновременно и сигнал о начале адаптационных процессов к новой экономико-технологической ситуации, которая еще неизвестна большинству лиц, принимающих решения. Поэтому рекомендации о мерах по выходу из кризиса обычно разнонаправ-

лены, принимаются и реализуются в ожесточенной политической борьбе. Развитие самих кризисов зависит от принимаемых мер борьбы с ними.

Понятно, что нельзя точно предсказать время и место начала кризиса, так как они имеют вероятностное распределение (скорее всего, Гауссово) в окрестности смены ситуации. В работе Сороса (1996: 398) подробно сравниваются кризисы, начавшиеся в 1929 и 1987 гг. Джордж Сорос находит у них много общих черт и только одно отличие. Крах 1929 г. наступил «в тот период, когда экономическое и финансовое могущество переходило от Европы к США». Крах 1987 г. «знаменует собой переход экономического и финансового могущества от США к Японии». Может быть, второе высказывание преждевременно, но кризис 1987 г., по мнению Дж. Сороса, начался с коллапса на японском рынке облигаций. Это означает, что кризисы возникают в странах, которые являются экономическими лидерами.

Как указывается в одной из наших статей (Дубровский 1993), с точки зрения теории циклов Кондратьева оба кризиса, начавшиеся в 1929 и 1987 гг., возникли в окрестностях минимума фондоотдачи и нормы прибыли. Именно поэтому Дж. Сорос нашел так много сходных черт у обоих кризисов – оба возникли в окрестности одной и той же критической точки. Кроме описания кризисов, уже имевших место в истории, мы также опубликовали (Дубровский 1993) 5 прогнозов, которые приведены в Табл. 1.

В первой колонке указаны типы специальных точек фазового портрета. Во второй – указаны интервалы, где возможны кризисы согласно календарю Кондратьева (Там же). В третьей колонке указаны даты уже сбывшихся двух прогнозов, и для трех прогнозов указаны средние точки предполагаемых кризисных окрестностей. Чтобы проверить предлагаемую теорию и прогнозы в третий раз, необходимо дождаться окрестности 2022 г.

**Табл. 1.**

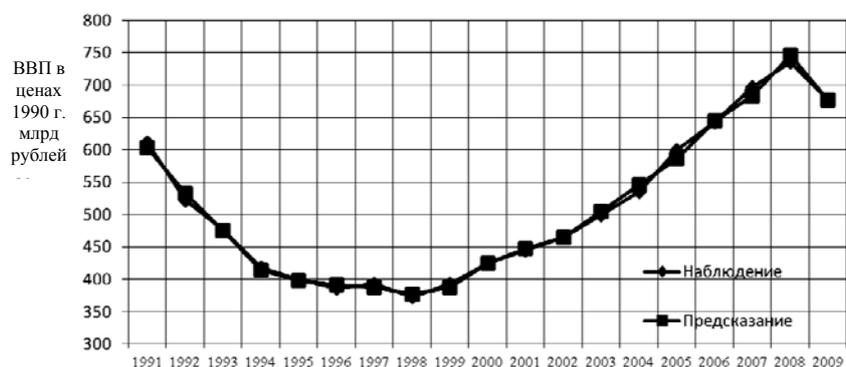
Точка на фазовом портрете	Прогнозы кризисов, опубликованные в 1993 г.	Сбывшиеся прогнозы кризисов
Максимум (x)	Интервал 1996–2002 гг.	1997–1998 гг.
Максимум (y)	Интервал 2005–2012 гг.	2008–2009 гг.
Ожидаемые кризисы, интервалы и центральные точки		
Минимум (x)	Интервал 2018–2026 гг.	Окрестность 2022 г.
Минимум (y)	Интервал 2032–2042 гг.	Окрестность 2037 г.
Максимум (x)	Интервал 2046–2057 гг.	Окрестность 2051–2052 гг.

Собственно говоря, после каждого кризиса прогноз следующего кризиса можно и нужно обновлять. Самый простой способ заключается в том, что к году зафиксированного начала последнего кризиса добавляется 10 и 15 лет; таким образом, две полученные даты дают интервал, где возможен следующий кризис.

### Российская реакция на кризис, начавшийся в 2008 г.

Российская экономика в последние 20 лет очень сильно зависела от мировых цен на энергоносители, которые за 1999–2008 гг. увеличились в 7 раз, осенью 2008 г. обрушились, затем снова поднялись, но высшей точки 2008 г. не достигли. Связь российской экономики с мировым кризисом реализовывалась прежде всего через цены на нефть на мировом рынке. Поэтому в предлагаемые ниже модели экономического роста были введены цены на экспортируемую российскую нефть.

Ввиду малого доверия к российской статистике по стоимостным показателям за 1992–2010 гг. в первую очередь была опробована модель как регрессия для ВВП с регрессорами в натуральных показателях, в которую вошли объем добываемой нефти, выработка электроэнергии и экзогенный научно-технический прогресс как экспоненциальная функция времени. Результаты расчетов представлены на Рис. 2. Оказалось, что  $t$ -статистика для темпа НТП неудовлетворительна, поэтому он был удален как незначимый.

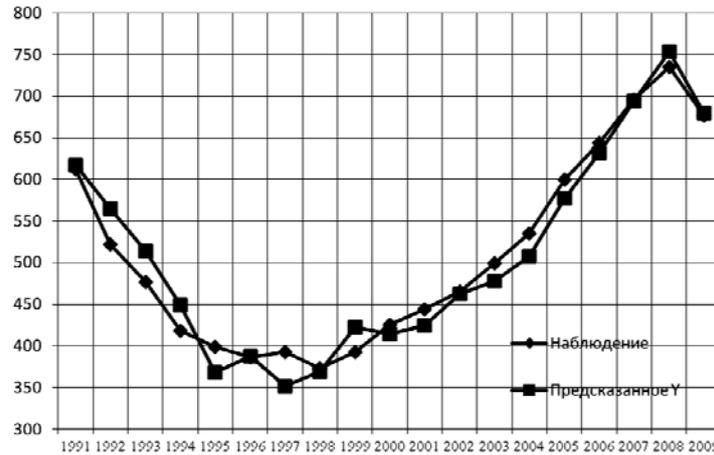


**Рис. 2.** ВВП как регрессия от производимой электроэнергии  $E(t)$ , добычи нефти  $N(t)$  и цен экспортируемой нефти  $p(t)$ ,  $p(t-1)$ ;  $\ln \text{ВВП} = -3,648 + 1,027081 \ln E(t) + 0,462788 \ln N(t) + 0,000308 p(t) + 0,000126 p(t-1)$ ;  $R = 0,99833$ ;  $R^2 = 0,99666$ ;  $R_{\text{norm}}^2 = 0,99571$

Коэффициенты эластичности по электроэнергии и нефтедобыче, как и ожидалось, близки к КПД электродвигателей и двигателей внутреннего сгорания. Модель довольно удачно описывает не только процессы за 1990–2008 гг., но и спад в 2009 г., который последовал за мировым кризисом.

Была также опробована модель экономического роста в стоимостных показателях. Использовался конечно-разностный аналог уравнения (1) с небольшой модификацией:

$$Y(t) = \{1 + (1 - r(t))(K(t) - K(t-1))/K(t-1) + r(t)[(Z(t) - Z(t-1))/Z(t-1) + \sigma I(t-1)/K(t-1)]\} Y(t-1) + [\alpha_0 p(t) + \alpha_1 p(t-1)] Y(t-1), \quad (12)$$
 где  $r(t)$  – доля оплаты наемного труда в ВВП;  $Z(t)$  – среднегодовая численность занятых;  $\sigma = x_0 - 1$  – стационарная относительная эффективность новых технологий. В формуле (12) около всех независимых переменных были расставлены коэффициенты, которые были оценены как коэффициенты регрессии. Оказалось, что коэффициенты около темпа капитала и НТП по Харроду не значимы. Остальные приведены на Рис. 3.

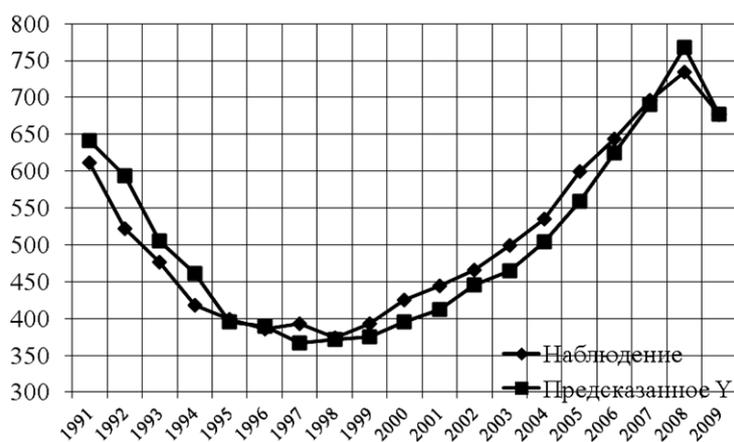


**Рис. 3.** ВВП в млрд рублей в ценах 1990 г. как регрессия от стоимостных элементов  $Y(t) = 0,985Y(t-1) + 5,33[Z(t-1)]r(t)Y \times (t-1)/Z(t-1) + 0,00034p(t)Y(t-1) - 0,00026p(t-1)Y(t-1)$ ;  $R = 0,999$ ;  $R^2 = 0,998$ ;  $R_{\text{norm}}^2 = 0,930$

Эти результаты можно интерпретировать как отражение ежегодной деградации традиционной экономики на 1,5 % и компенсацию этой деградации в условиях отсутствия НТП за счет роста цен на нефть.

Во втором варианте модели в стоимостных показателях использовались только три члена регрессии: вся правая часть уравнения (12), за исключением НТП и двух последних членов с ценами на нефть, и два последних – как самостоятельные члены регрессии. Результаты оценки коэффициентов представлены на Рис. 4.

Оказалось, что в этом случае деградация традиционной экономики идет со скоростью 3,6 % в год, но это компенсировалось растущими доходами от нефти.



**Рис. 4.** ВВП в млрд рублей в ценах 1990 г. как регрессия  $Y(t) = 0,000425p(t)Y(t-1) - 0,000351p(t-1)Y(t-1) + 0,964[Y \times (t-1) + (1-r(t))Y(t-1)(K(t)-K(t-1))/K(t-1) + r(t)Y(t-1)(z(t)-z(t-1))/z(t-1)]$ ;  $R = 0,998353$ ;  $R^2 = 0,996709$ ;  $R_{\text{norm}}^2 = 0,933797$

Трудность использования рассмотренных уравнений для прогнозирования дальнейшего российского экономического роста связана с тем, что трудно прогнозируемы два самых важных фактора: динамика цен на нефть на мировом рынке и успешность (или неуспешность) модернизации самой российской экономики.

Оптимистическая точка зрения подразумевает, что такого же снижения цен на нефть, как в 2008 г., до достижения окрестности 2022 г. не будет, следовательно, нефтедоллары могут использоваться для модернизации, то есть для обновления производственных фондов и технологий. В противоположном сценарии отставание от мирового технологического уровня будет нарастать, следовательно, снова будет возможно повторение спада 2009 г.

В этой ситуации велик соблазн продолжать политику удешевления труда аборигенов и увеличения притока мигрантов с низкой оплатой труда. Но этот путь ведет к технологической стагнации, снижению конкурентоспособности страны, социальным проблемам и, как уже показали 2008–2009 гг., к экономическим катастрофам.

**Библиография**

- Дубовский С. В. 1989.** Научно-технический прогресс в глобальном моделировании. *Системные исследования. Ежегодник 1988*, с. 112–135. М.: Наука.
- Дубовский С. В. 1993.** Прогнозирование катастроф (на примере циклов Н. Кондратьева). *Общественные науки и современность* 5: 82–91.
- Дубовский С. В. 2004.** Энергетика и распределение доходов в экономическом развитии. *Математические модели*. М.: УРСС.
- Сорос Дж. 1996.** *Алхимия финансов*. М.: Инфра-М.
- Krelle W. (Ed.) 1990.** *The Future of the World Economy*. Berlin: Springer-Verlag.
- Mesarovic M., Pestel E. (Eds.) 1974.** *Multilevel Computer Model of World Development System*. Laxenburg: IIASA.