

Раздел 5. КОНДРАТЬЕВСКИЕ ВОЛНЫ: МОДЕЛИ, АСПЕКТЫ, НАБЛЮДЕНИЯ

13

Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева

А. А. Акаев

Рассматривается инновационно-циклическая теория экономического развития Шумпетера – Кондратьева. Излагается математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний, а также методика ее компьютерной реализации. Показаны механизмы встраивания в модель параметров экономических циклов Кондратьева, Кузнеця и Жюгляра. Проведена верификация модели на примере экономического развития США на протяжении пятого цикла Кондратьева (1982–2010). Дан прогноз экономического развития США на шестой длинной волне Кондратьева до 2050 г.

В предлагаемой модели использованы как эндогенные, так и экзогенные механизмы формирования долгосрочной траектории экономического развития, предварительно рассмотрены имеющиеся эндогенные модели больших циклов Кондратьева

Ключевые слова: мировой экономический кризис, кризисная рецессия, инновационная теория экономического развития Шумпетера, большие циклы Кондратьева, инновационно-циклическая теория, дифференциальные уравнения экономического роста, учитывающие влияние циклических колебаний, нелинейный акселератор, бифуркация, устойчивость экономической системы, прогнозирование долговременного экономического развития.

1. Инновационно-циклическая теория экономического развития

Кризис мировой экономики, начавшийся в 2008 г. и вызванный проблемами, возникшими в финансовом секторе США, привел к замедлению

Кондратьевские волны: аспекты и перспективы 2012 314–341

темпов роста во многих развитых и развивающихся экономиках мира. Американская экономика испытала глубокую рецессию и вступила в фазу длительной нестабильности. Сохраняется реальная угроза новой волны экономического спада. В 2012 г. наблюдается рецессия в экономиках ряда стран Евросоюза и замедление темпов роста экономик авангардных развивающихся стран, в том числе Китая и Индии. Сложившаяся ситуация предвещает новые кризисы и длительную депрессию в мировой экономике в предстоящем десятилетии.

Все это в очередной раз напомнило политикам, экономистам и бизнесменам о неравномерном, циклическом характере развития рыночной экономики и необходимости принимать энергичные меры по выявлению нового поколения базисных технологий и внедрению различных инноваций на их основе, чтобы максимально безболезненно преодолеть предстоящие кризисы и депрессию. В этой связи многие исследователи (Глазьев 2010; Клинов 2010) обратили взоры к грядущему большому циклу Кондратьева, подъем которого состоится, вероятнее всего, в 2020–2040 гг., и уже делают прогнозы относительно его параметров и ключевых базовых технологий. Интерес к длинным волнам Кондратьева всегда оживлялся в периоды больших циклических кризисных спадов и депрессий в мировой экономике. Действительно, чрезвычайно высокий интерес наблюдался в период Великой депрессии 1930-х гг., а затем в 1970-х и 1980-х гг. в период структурного кризиса мировой экономики, когда были написаны многие выдающиеся работы по теории длинных волн в экономическом развитии. И вот теперь финансово-экономический кризис 2008 г., вызвавший новую «Великую рецессию», также породил очередную волну публикаций на эту тему.

Еще в 1912 г. великий экономист XX столетия Йозеф Шумпетер указывал, что главной движущей силой экономического развития являются научно-технические инновации. Он писал (Шумпетер 1982), что когда какая-либо инновация внедряется в экономику, имеет место так называемый «вихрь созидательного разрушения», подрывающий равновесие прежней экономической системы, вызывающий уход старых технологий, отживших организационных структур и появление новых отраслей, новых институциональных возможностей, в результате чего возникает небывалый динамизм экономического развития. Инновации все больше выступают в роли локомотива экономического развития, определяя его эффективность и рост производительности труда. Инновации как процесс поддерживаются инвестициями и соответствующими институтами, без чего не действует механизм их реализации. Инвестиции без инноваций бессмысленны и порой даже вредны, поскольку означают вложение средств в воспроизводство устаревших товаров, продукции и технологий.

Научно-технический прогресс в целом и особенно инновационный процесс, как ныне общепризнано, развиваются неравномерно во времени,

им присуща цикличность. Следствием этого являются циклические колебания экономической деятельности. В центре внимания исследователей в XX столетии находились длинноволновые колебания, открытые выдающимся русским экономистом Николаем Кондратьевым (2002). Изучая в 1920-х гг. закономерности происходящих в мировой экономике явлений, он обнаружил длинные циклы экономической конъюнктуры примерно полувековой длительности, которые получили название «больших циклов Кондратьева». Он всесторонне обосновал закономерную связь «повышательных» стадий этих циклов с волнами технических изобретений и их практического использования в виде инноваций. Статистический анализ временных рядов, характеризующих долгосрочное экономическое развитие, позволил Н. Д. Кондратьеву сформулировать четыре «эмпирические правильности» – закономерности циклического развития капиталистической экономики – и утверждать, что эти длинные колебания носят эндогенный характер, то есть они внутренне присущи капиталистической экономике. В работе «Большие циклы экономической конъюнктуры» Кондратьев пишет, что волнообразные движения представляют собой процесс отклонений от состояний равновесия, к которым стремится капиталистическая экономика. По его мнению, существуют равновесия трех видов, а следовательно, три колебательных движения, которые являются циклами Китчина (краткосрочные – 3–4 года), Жюгляра (среднесрочные – 7–11 лет) и большими циклами Кондратьева. Конечно, мы должны добавить сюда циклы Кузнеця (средняя продолжительность – 20 лет), которые были открыты позднее в 1930-х гг.

Й. Шумпетер развил учение Н. Д. Кондратьева о больших циклах конъюнктуры и разработал инновационную теорию длинных волн, интегрировав ее в общую инновационную теорию экономического развития (Schumpeter 1939). Циклическое движение выпуска Шумпетер также считает формой отклонения от равновесия, к которому всегда стремится экономическая система. «Сгустки» нововведений вызывают радикальные изменения в экономике, которые уводят ее от изначальной равновесной траектории. Система уже никогда не возвращается к прежнему равновесному состоянию. Новый цикл начинается в период очередной депрессии на новом уровне равновесия. Смена уровней равновесия, по Шумпетеру, и определяет долговременную траекторию экономического развития, в ходе которого экономическая система находится в динамическом равновесии. Поскольку теория больших циклов Кондратьева играет ключевую роль в инновационной теории экономического развития Шумпетера, а также учитывая, что сам Шумпетер полагал ее краеугольным камнем собственной теории, последнюю справедливо будет именовать в дальнейшем «инновационно-циклической теорией экономического развития Шумпетера – Кондратьева».

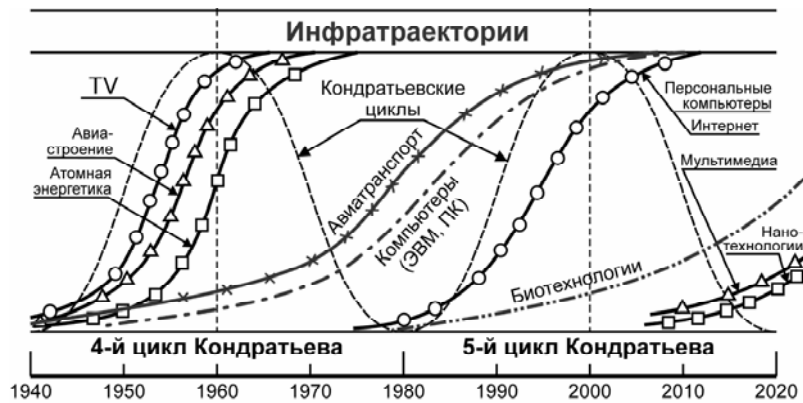


Рис. 1. Диффузия инноваций вдоль подъемов циклов экономической активности Кондратьева

Сравнительно недавно М. Хироока (Hirooka 2006) доказал на основе обработки и анализа большого массива эмпирических данных существование тесной корреляции нововведений и больших циклов Кондратьева и впервые подтвердил, что диффузия нововведений строго синхронизируется с повышательной волной кондратьевского цикла и достигает своего созревания в области наивысшего пика цикла, как показано на Рис. 1. Причем различные базисные инновации благодаря действию механизма самоорганизации формируют целый кластер и появляются группой на стадии депрессии. Это явление установил Герхард Менш (Mensch 1979) и назвал его «триггерным эффектом депрессии». Иначе говоря, депрессия заставляет предприятия искать возможности для выживания, а инновационный процесс может их предоставить, то есть депрессия запускает процесс внедрения инноваций. Кластеры базисных технологий приводят к возникновению новых отраслей и в свою очередь запускают очередной большой цикл Кондратьева. Благодаря синергетическому эффекту взаимодействия инноваций внутри кластера они вызывают мощный кумулятивный рост экономики, вследствие чего и являются основным двигателем экономического развития.

Отдельные инновации распространяются за пределы одного цикла Кондратьева к следующему циклу (см. Рис. 1), способствуя появлению новых инфраструктур и сетей, формируя более длинную траекторию развития, которую М. Хироока назвал инфратраекторией (например, компьютерные технологии, авиастроение, биотехнологии и др.). Указанные инновации называются магистральными (стволовыми); они сначала распространяются, создавая новые рынки, но затем их потенциал расширяется, чтобы образовать новую инфраструктуру в экономике. Инфратраектории также образуют четко определенный кластер, причем каждый такой

кластер имеет стержневую магистральную инновацию. Например, в текущем пятом кондратьевском цикле в этом качестве выступают компьютерные технологии, основанные на микроэлектронике.

М. Хироока установил, что инновационная парадигма состоит из трех логистических траекторий (см. Рис. 2): технологической, разработки и диффузии. Технологическая траектория представляет собой совокупность «ключевых» технологий, относящихся к рассматриваемой инновации, которая возникла в результате какого-либо значимого технического изобретения или научного открытия. Траектория разработки (освоения инновации) – это совокупность новых инновационных продуктов, полученных путем применения указанных ключевых технологий. Траектория разработки играет самую важную роль в инновационной парадигме, поскольку именно здесь осуществляется передача технологических знаний от академических институтов к промышленности и возникают венчурные предприятия с целью промышленного освоения инновационного продукта с дальнейшей его коммерциализацией. Благоприятные возможности для венчурных предприятий имеют тенденцию концентрироваться в первые 10–15 лет первой половины траектории разработки. Именно в этот период, сразу после окончания технологической траектории, начинается интенсивная диффузия инновационного продукта на рынок, и продолжается она порядка 25–30 лет, до момента насыщения рынка.

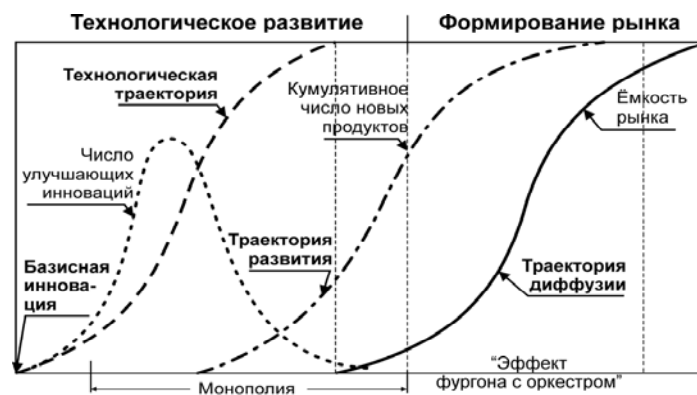


Рис. 2. Структура инновационной парадигмы с тремя траекториями

М. Хироока впервые выделил и исследовал траекторию развития технологии и показал, что она также описывается логистической кривой и длится также около 30 лет, начавшись с какого-либо значительного открытия или технического изобретения. Таким образом, инновационная парадигма имеет каскадную структуру, состоящую из трех логистических траекторий, отстоящих друг от друга на определенном фиксированном расстоянии, установленном эмпирическим путем. Это замечательное свойство

инновационной парадигмы позволяет осуществлять довольно точное прогнозирование траектории диффузии инновационных продуктов на рынок по заранее установленной траектории развития технологии (см. Рис. 2). Поскольку последняя опережает первую на 25–30 лет, она легко может быть построена еще до начала поступления новых продуктов на рынок. Пользуясь этим обстоятельством, М. Хироока детально проанализировал траектории развития наиболее перспективных технологий будущего, которые могут сформировать кластер базисных технологий для предстоящего шестого кондратьевского цикла: компьютерные технологии, нанотехнологии, биотехнологии, генную инженерию и регенерацию человеческих органов, альтернативную (низкоуглеродную) энергетику, сверхпроводники и квантовые компьютеры (см. Табл. 1). Он построил для всех указанных технологий траектории их развития и установил, что все они находятся на пороге коммерциализации и достигают зрелости в 2010–2015 гг. А это означает, что именно в эти годы начнется интенсивная диффузия инновационных продуктов на рынки, запуская тем самым предстоящий большой цикл Кондратьева с подъемом в 2020–2050 гг.

Табл. 1. Базовые направления технологических укладов

4-й технологический уклад	5-й технологический уклад	6-й технологический уклад
1940–1980 гг.	1980–2020 гг.	2020–2060 гг.
<ul style="list-style-type: none"> – Автоматика – Нефтеугольная и атомная энергетика – ЭВМ, банки данных – Химизация – Зеленая революция – Авиастроение – Автомобилестроение 	<ul style="list-style-type: none"> – Микроэлектроника – Нефтегазовая энергетика – Персональные компьютеры, Интернет – Биотехнология микроорганизмов – Информационные технологии – Робототехника 	<ul style="list-style-type: none"> – Нанотехнология – Альтернативная энергетика, включая водородную – Глобальные информационные сети, мультимедиа – Биотехнология растений, животных, лекарств – Фотоника и оптоинформатика

Как видно из Табл. 1, основу 4-го технологического уклада составили эпохальные базисные технологии – атомная энергия, реактивные двигатели, ЭВМ, лазерные технологии, кибернетика и др., не имевшие прецедентов в прошлом. Неудивительно, что они обеспечили рекордные темпы роста мировой экономики. Действительно, среднегодовые темпы роста мирового ВВП в 1940–1973 гг. составили 4,9%! В основе 5-го технологического уклада уже лежали производные технологии, являющиеся эволюционным развитием предыдущих – микроэлектроника, персональные компьютеры и Интернет, биотехнологии и др. Поэтому среднегодовые темпы роста ВВП по миру в 1973–2001 гг. существенно снизились и составили 3,1%. Поскольку базисные технологии 6-го кондратьевского цикла также

являются производными от базисных технологий 4-го и 5-го уклада, то в ближайшие десятилетия не следует ожидать более высоких темпов роста, чем в предыдущих периодах.

Исходя из новой инновационной парадигмы, установленной М. Хирокой, зная текущие инфратраектории, которые определяются магистральными инновациями предыдущего цикла Кондратьева, а также траектории базисных инноваций текущего цикла Кондратьева, мы сможем построить прогнозную траекторию динамики инновационно-экономического развития, как это показано графически на Рис. 3. Это достигается путем сложения суммарной добавленной стоимости, генерируемой базисными инновациями в текущем цикле Кондратьева, а также добавленной стоимости, создаваемой институциональными изменениями и явлением восстановления, обусловленными инфратраекториями. Траектория движения ВВП имеет характерный ступенчатый вид, причем, как и утверждал Й. Шумпетер, каждая ступень описывается лучше всего логистической кривой, являющейся следствием изменения экономической конъюнктуры в соответствии с фазами большого цикла Кондратьева. На Рис. 3 представлен период времени, охватывающий четвертый (IV) и пятый (V) кондратьевские циклы. Надежное прогнозирование может быть распространено как минимум до 2040 г., то есть верхнего пика шестого (VI) цикла Кондратьева.

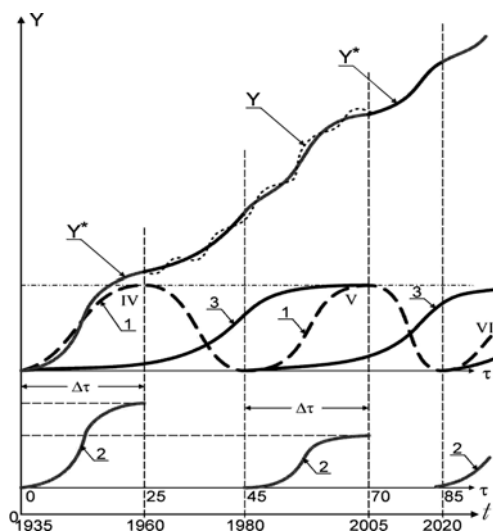


Рис. 3. Графическая схема построения траектории движения общего выпуска Y (ВВП). 1 – циклы Кондратьева; 2 – траектории диффузии инновационных продуктов на рынки; 3 – инфратраектории

Описанный выше процесс инновационно-циклического развития рыночной экономики удалось формализовать и разработать компактную математическую макро модель для описания и прогнозирования долгосрочного экономического развития, которая изложена в нашей совместной работе с проф. М. Хироокой (Акаев, Хироока 2009). Модель описывает трендовую траекторию развития ВВП и поэтому не может выявить влияние циклических колебаний, которые ответственны за кризисные рецессии.

Изложим суть предлагаемой методики прогнозирования. Допустим, что базисные инновации предстоящего i -го Кондратьевского цикла известны (см. Табл. 2).

Табл. 2.

i	Базисные инновации i -го цикла Кондратьева	Год завершения соответствующей (j -й) базисной технологии	Ожидаемый объем рынка в млрд американских долларов
1	мультимедиа	t_{i1}	Y_{i1}
2	нанотехнологии	t_{i2}	Y_{i2}
3	биотехнологии	t_{i3}	Y_{i3}
4	сверхпроводники	t_{i4}	Y_{i4}
...
n	квантовые компьютеры	t_{in}	Y_{in}

Тогда суммарную добавленную стоимость от инновационных продуктов в текущем i -м цикле Кондратьева можно вычислить по формуле:

$$\Delta Y_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_{ij}}{1 + c_{ij} \exp[-a_{ij} y_{ij} (t - t_{ij})]} \quad (1.1)$$

Здесь учитывается тот факт, что траектория диффузии инновационных продуктов описывается логистической кривой и начинается только после того, как траектория развития технологии завершена. Однако, учитывая также то, что инновации собираются в кластер и диффузия инновационных продуктов на рынки синхронизируется с подъемом цикла Кондратьева, вместо аргумента $(t - t_{ij})$ можно взять $(t - t_i^*)$, где t_i^* – начало подъема цикла, которая совпадает с нижней поворотной точкой.

Таким же образом можно подсчитать суммарный вклад в ВВП от инфратраекторий, которые также описываются логистическими кривыми, но большей продолжительности, нежели траектории диффузии. Однако здесь требуется учесть вклад двух групп инфратраекторий, поскольку каждая из этих групп пересекает два цикла Кондратьева (см. Рис. 1).

$$\Delta \tilde{Y}_i = \sum_{k=1}^m \frac{\bar{y}_{i-1,k}}{1 + \bar{c}_{i-1,k} \exp[-\bar{a}_{i-1,k} \bar{y}_{i-1,k} (t - t_{i-1}^*)]} + \sum_{l=1}^s \frac{\tilde{y}_{i,l}}{1 + \tilde{c}_{i,l} \exp[-\tilde{a}_{i,l} \tilde{y}_{i,l} (t - t_i^*)]} - \sum_{k=1}^m \bar{y}_{i-1,k} 1(t - t_i^* - \Delta t_{i,k}). \quad (1.2)$$

Здесь $\tilde{y}_{i,e}$ – ожидаемая емкость рынка, формируемого l -ой инфратраекторией, исходящей из основания i -го цикла Кондратьева; $\bar{y}_{i-1,k}$ – ожидаемая емкость рынка, формируемого k -й инфратраекторией, исходящей из основания $i-1$ -го цикла Кондратьева; t_i^* (t_{i-1}^*) – год начала подъема i -го ($i-1$ -го) цикла Кондратьева; $1(t - t_i^* - \Delta t_{i,k})$ – единичная функция.

В приведенных выше формулах постоянные коэффициенты $c_{i,j}$, $a_{i,j}$, $\bar{c}_{i,k}$, $\bar{a}_{i,k}$ и $\tilde{c}_{i,e}$, $\tilde{a}_{i,e}$ определяются исходя из условия, что в первом случае длительность жизненного цикла инноваций равна $\Delta\tau = 25-30$ лет, а во втором случае длительность жизненного цикла инфратраекторий равна длительности соответствующего цикла Кондратьева (40–50 лет) + $\Delta\tau$. Как же заранее определить ожидаемую величину емкости рынка новых продуктов? Для этого имеется оригинальная методика, основанная на логистическом анализе, которая подробно изложена в упомянутой книге М. Хирооки.

Третье слагаемое в сумме (1.2) учитывает тот факт, что рынок магистральных нововведений значительно расширяется в следующем цикле Кондратьева и исключает повторный счет добавочной стоимости этих нововведений в новом цикле Кондратьева. Имеется также следующее уравнение для определения временного отрезка $\Delta t_{i,k}$:

$$\frac{\bar{y}_{i,k}}{1 + \bar{c}_{i,k} \exp[-\bar{a}_{i,k} \bar{y}_{i,k} (t_i^* - \Delta t_{i,k} - t_i^*)]} = \bar{y}_{i-1,k}. \quad (1.3)$$

Решая данное уравнение, получаем:

$$\Delta t_{i,k} = \frac{1}{\bar{a}_{i,k} \bar{y}_{i,k}} \ln \frac{\bar{c}_{i,k} \bar{y}_{i-1,k}}{\bar{y}_{i,k} - \bar{y}_{i-1,k}}. \quad (1.4)$$

Текущее значение ВВП теперь определяется весьма просто:

$$Y_i^* = Y_0^* \frac{1}{1 + \theta_i \exp[-d_i (t - t_i^*)]} + \Delta Y_i + \Delta \tilde{Y}_i, \quad (1.5)$$

где Y_0^* – начальное значение ВВП в год начала прогнозирования, которое совпадает с началом подъема i -го цикла Кондратьева.

Первое слагаемое в формуле (1.5) означает, что традиционные отрасли экономики также развиваются по логистической модели, параметры

которой можно определить методом наименьших квадратов. Формулы (1.1)–(1.5) удобны для прогнозирования экономической динамики на повышательной стадии кондратьевского цикла с учетом того, что рассмотрение начинается с начала подъема цикла.

Если же требуется прогноз на понижательной стадии, начиная с пика (верхней поворотной точки), тогда необходимо пользоваться следующей формулой (см. Рис. 3):

$$Y_i^* = \frac{\bar{Y}_0^*}{1 + b_i \exp[-d_i(t - t_i^*)]} + \sum_{l=1}^s \frac{\tilde{y}_{i,e}}{1 + \tilde{c}_{i,e} \exp[-\tilde{a}_{i,e} \tilde{y}_{i,e}(t - t_i^*)]}, \quad (1.6)$$

где \bar{Y}_0^* – начальное значение ВВП на пике цикла Кондратьева.

Хотя формулы (1.5) и (1.6) достаточно просты для расчетов, трудности прогнозирования по ним связаны с оценкой ожидаемых объемов рынка инновационных продуктов y_{in} , а также параметров большого цикла экономической конъюнктуры, включая его продолжительность и датировку фаз. Первая, по-видимому, возможна только на экспертной основе, а следовательно, весьма приближенно. Вторые могут быть определены также приближенно с помощью эндогенных математических моделей, которые рассматриваются в следующем разделе.

2. Эндогенные модели больших циклов Кондратьева

В восьмидесятые годы прошлого века, после очередного мирового экономического кризиса, исследованию теории и практическим приложениям больших циклов Кондратьева было уделено повышенное внимание. В результате появилось огромное число работ на эту тему, в том числе по разработке математических моделей. Однако математические модели той поры были направлены на качественный анализ циклических колебаний, на определение их ключевых параметров – продолжительности цикла, характерных точек и т. д. Одна из первых математических моделей длинной волны Кондратьева была предложена в работе С. М. Меньшикова и Л. А. Клименко (1984: 55–68). Она представляла собой систему дифференциальных уравнений первого порядка с запаздываниями. Модель естественно генерирует колебания, подобные колебаниям экономической конъюнктуры в циклах Кондратьева. Она также позволяет весьма приближенно оценить продолжительность цикла и поворотные точки длинных волн. С. В. Дубовский разработал более совершенную модель (Дубовский 1995: 65–74), в которой циклическое развитие встроено в модель экономического роста. В этой модели динамика ВВП описывается дифференциальным уравнением, полученным из неоклассической модели роста Солоу, и дополнена инвестиционной моделью, соответствующей технологическим циклам, генерирующим циклы Кондратьева. Модель Дубовского также позволяет

проводить качественный анализ решения дифференциального уравнения и более точно определять периоды длинных волн, соответствующих большому циклу Кондратьева, а также характерные точки, связанные с подъемами и спадами цикла Кондратьева.

2.1. Модель Меншикова – Клименко

Рассмотрим упрощенный линейный вариант первоначальной нелинейной модели, изложенный авторами в монографии (Меншиков, Клименко 1989), сыгравшей важную роль в развитии теории длинных волн Кондратьева на новом этапе. Линеаризация модели была осуществлена путем перехода от абсолютных показателей экономического процесса к темпам их прироста, что обосновано с точки зрения существа описываемых процессов и справедливо при относительно малых темпах прироста. Дополнительные упрощающие предположения сводились к неизменности доли прибыли и заработной платы в национальном продукте. В итоге была получена линейная модель, состоящая из трех уравнений, включая два дифференциальных уравнения:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -\alpha(y - bk), & (2.1) \\ \frac{dk}{dt} = -\beta(k - dp), & (2.2) \\ p = y - k, & (2.3) \end{cases}$$

где y – темп прироста производительности труда; k – темп прироста капиталовооруженности; p – темп прироста нормы прибыли; α , β , b и d – постоянные коэффициенты (параметры). Причем производительность $A = \frac{Y}{L}$, капиталовооруженность $K_L = \frac{K}{L}$, где Y – объем выпуска (дохода); K – объем основного (физического) капитала; L – количество труда.

Очевидно, что в основе данной модели лежит соотношение между капиталовооруженностью и производительностью труда. Существенно, что в модели используются не абсолютные значения показателей, а темпы их роста. Это означает, что уравнения (2.1)–(2.3) отражают колебания вокруг равновесных траекторий развития, то есть долгосрочных трендов. В первом уравнении модели (2.1) наиболее важен коэффициент приспособления α , который показывает, насколько быстро и в каком направлении реагирует скорость роста производительности труда на изменение соотношения между производительностью и капиталовооруженностью. В соответствии с первым уравнением модели (2.1) производительность труда следует за капиталовооруженностью таким образом, что растет быстрее

последней в периоды длительных подъемов и медленнее – в периоды длительных спадов, что имеет место в реальной экономике.

Первое уравнение модели (2.1) является модификацией обычной двухфакторной производственной функции без независимого технического прогресса. В обычных производственных функциях прирост продукции, вызванный единичным увеличением капитала, всегда меньше единицы, то есть темп роста производительности труда отстает от темпа роста капиталовооруженности. Уравнение (2.1) является такой модификацией обычной производственной функции, которая допускает возможность для производительности труда попеременно то отставать от капиталовооруженности, то обгонять ее, как это происходит в большом цикле Кондратьева. Второе уравнение модели (2.2) выведено из обычного уравнения накопления капитала, в которой капиталовложения определяются прибылью. Именно это уравнение является той движущей силой, которая порождает колебательное движение, так как от него непосредственно зависят поворотные точки.

Динамические свойства модели (2.1)–(2.3) определяются характеристическим уравнением:

$$\lambda^2 + [2 - a - c(1 + d)]\lambda + [(1 - a)(1 - c) - cd(1 - a - ab)] = 0. \quad (2.4)$$

Показано, что при значениях коэффициентов $a = 0,12$; $b = 1$; $c = 0,12$ и $d = -1,88$ модель (2.1)–(2.3) генерирует регулярные незатухающие колебания продолжительностью 53,5 года. Это и есть оценка продолжительности цикла Кондратьева. Верификация модели осуществлялась на базе статистики США за период 1889–1982 гг. Показано, что модель позволяет оценить не только продолжительность цикла, но также верхнюю и нижнюю поворотные точки длинных волн, хотя и весьма приближенно. Отмечается, что для совершенствования модели и приближения ее к реальности целесообразно в большей мере учитывать нелинейности и ввести в уравнения экзогенные переменные, отражающие процессы, не учитываемые эндогенными (внутренними) переменными.

2.2. Модель Дубовского¹

Модель Дубовского объединяет описания неравновесного экономического роста и неравномерного технического прогресса, включая три дифференциальных уравнения для ВВП – $Y(t)$, капитала – $K(t)$, среднего технологического уровня – $U(t)$, а также формальные описания двух гипотез относительно поведения темпа роста занятости $l(t)$ и коэффициента выбытия производственных фондов $\mu(t)$:

¹ Подробнее описание модели см. в статье С. В. Дубовского в настоящем альманахе, с. 179–188.

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{I}{Y} \cdot \frac{\dot{K}}{K} + \left(1 + \frac{I}{Y}\right) \left(l + \frac{\dot{U}}{U}\right), \quad (2.5)$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{I}{K} - \mu, \quad (2.6)$$

$$\frac{\dot{U}}{U} = \frac{I}{K} \left(\frac{u}{U} - 1\right), \quad (2.7)$$

$$l = l_0 \frac{K}{I} \Big|_0 \frac{I}{K}, \quad \mu = \mu_0 \frac{K}{I} \Big|_0 \frac{I}{K}. \quad (2.8)$$

Здесь I – инвестиции в реальный капитал; u – новый высокотехнологический уровень.

Уравнение (2.5) представляет собой темповую форму записи обычной производственной функции. В отличие от соответствующего уравнения (2.1) в модели Мельникова – Клименко, здесь учитывается независимый и нестационарный технический прогресс $U(t)$. Уравнение (2.6) является обычным уравнением накопления капитала. Уравнение (2.7) связывает темпы среднего технологического уровня со скоростью обновления капитала и эффективностью новых технологий. Это уравнение было получено самим С. Дубовским (1989). Соотношения (2.8) являются формальными выражениями предположений о том, что темп прироста занятости и коэффициент выбытия производственных фондов пропорциональны скорости обновления капитала.

Далее система уравнений (2.5)–(2.8) трансформируется в следующее уравнение для двух новых переменных – фондоотдачи $y = \frac{Y}{K}$ и эффектив-

ности новых технологий $x = \frac{u}{U}$:

$$\frac{dy}{dt} = y^2 s (1-s)(x-x_0), \quad (2.9)$$

где $s = I/Y$ – норма накопления; $x_0 = 2 - (l_0 + \mu_0)/s_0 y_0$.

Для того, чтобы вывести дифференциальное уравнение, описывающее динамику эффективности новых технологий $x = u/U$, делается предположение о том, что прирост новейшего технологического уровня пропорционален самому этому уровню и его относительной эффективности, а также финансовым показателям – норме накопления s и фондоотдаче y . Отсюда следует уравнение:

$$\frac{du}{dt} = us \left(\frac{u}{U} - 1 \right) (a + by), \quad (2.10)$$

где a и b – постоянные параметры.

Разность уравнения (2.10), деленного на u , и уравнения (2.7) позволяет записать дифференциальное уравнение для переменной $x(t)$ в следующем виде:

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda s x (x-1)(y-y_0), \quad (2.11)$$

где $\lambda = 1-b$, $y_0 = \frac{a}{1-b}$. Норма накопления s определяется выражением

$s = \alpha - \frac{\beta}{y}$, где α и β – оцениваемые параметры в регрессии

$$I(t) = \alpha Y(t) - \beta K(t). \quad (2.12)$$

Здесь первый член ассоциируется с прибылью, а второй член – с амортизацией производственных фондов и расходами на собственников капитала.

Таким образом, исходная модель (2.5)–(2.8) сведена к системе двух дифференциальных уравнений (2.9) и (2.11). Данная система уравнений имеет равновесное стационарное решение $x = x_0$, $y = y_0$. Вводя новые переменные – вариации относительно стационарной точки (x_0, y_0) – в виде $\delta x = x - x_0$, $\delta y = y - y_0$, из (2.9) и (2.11) можно получить уравнения в вариациях:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(\delta y)}{dt} &= y_0^2 (1-s_0) s_0 \delta x, \\ \frac{d(\delta x)}{dt} &= -\lambda s_0 x_0 (x_0 - 1) \delta y. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Умножив эти уравнения на подходящие множители, чтобы сумма этих уравнений стала равна нулю, Дубовский получает следующий интеграл:

$$\frac{(\delta y)^2}{y_0^2 (1-s_0)} + \frac{(\delta x)^2}{\lambda x_0 (x_0 - 1)} = C^2. \quad (2.14)$$

Данное уравнение описывает семейство эллипсов для различных значений произвольной постоянной C . Таким образом, кроме равновесного стационарного решения, которое является трендом, существует еще семейство решений системы (2.13) типа «центр», вокруг которого происходит вращение по замкнутым траекториям. Эти орбиты и описывают большие циклы Кондратьева. Причем период колебаний длинных волн определяется выражением:

$$T = \frac{2\pi}{s_0 y_0 \left[(1-s_0)x_0(x_0-1) \left(1 + \left. \frac{\partial \ln s}{\partial \ln y} \right|_0 \right) \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (2.15)$$

Оценив конкретные значения постоянных параметров на основе реальной статистики для развитых стран, Дубовский получил следующие значения для продолжительности больших циклов Кондратьева в XX в.: $T = (50,1; 54,9; 60,6)$ лет. Полученные результаты являются несколько завышенными, поскольку, как известно, продолжительность циклов Кондратьева в XX в. была в среднем около 40 лет, то есть ошибка составляет 25–37–50 %!

Дубовским были также подробно исследованы инвестиционные, технологические циклы и подтверждена ключевая роль новых технологий в механизме длинных волн.

Как видим, имеющиеся модели большого цикла Кондратьева нуждаются в дальнейшем совершенствовании, чтобы надеяться на получение более точных значений таких его параметров, как продолжительность цикла и даты поворотных точек. Если последние определены с необходимой точностью, тогда мы можем воспользоваться эндогенно-экзогенными моделями для расчета и прогнозирования реальной траектории экономического развития с горизонтом в 30–40 лет.

В настоящей работе мы предлагаем математическую модель, описывающую механизм инновационно-циклического экономического развития Шумпетера – Кондратьева, которая, помимо качественного анализа влияния циклических колебаний на долгосрочный рост, позволяет описать и рассчитать непосредственно реальную траекторию движения ВВП. Особенностью модели является использование как эндогенных, так и экзогенных переменных. В частности, автономные инвестиции, сопровождающие новый технологический уклад, задаются экзогенным путем. Модель основана на общем нелинейном дифференциальном уравнении макроэкономической динамики, описывающем совместное взаимодействие долгосрочного тренда и циклических колебаний. Результаты моделирования позволяют в явной форме получить продолжительность циклов и указать на моменты кризисной рецессии в экономике.

3. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний

В работе (Акаев 2007) автором было получено общее дифференциальное уравнение макроэкономической динамики, описывающее совместное взаи-

действие долгосрочного экономического роста и циклических колебаний деловой активности в свободной рыночной экономике:

$$\frac{d^2Y}{dx^2} + \left\{ \lambda + k - \lambda(1-s) \frac{1}{Y^*} \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} - k\lambda \left[1 - \frac{4}{3} \chi \left(v \frac{dY}{dt} \right)^2 \right] \right\} \frac{dY}{dt} + \lambda \left[k - s(1-s) \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} \right] Y + (3.1) \\ + \lambda(1-s) \left(\mu - k \frac{a}{h} \right) K \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} - K\lambda(1-s) \frac{b}{h} L \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} = \lambda \frac{dA}{dt} + k\lambda A.$$

Здесь $Y(t)$ – текущий объем выпуска продукции (текущий уровень ВВП); $\bar{Y} = F(K, L)$ – уровень выпуска, соответствующего траектории долгосрочного роста; K – капитал; L – труд; λ – скорость реакции запаздывания предложения от спроса; k – скорость реакции запаздывания фактических индуцированных капиталовложений от решения об инвестициях; s – коэффициент сбережений; v – мощность акселератора; μ – коэффициент выбытия капитала; a, b, h – постоянные коэффициенты в уравнении Эйлера для производственной функции $aK \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} + bL \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} = h\bar{Y}$; $\gamma^* = \gamma \frac{Y_F}{L^*}$ – модифицированный параметр Оукена (γ); Y_F – национальный доход при полной занятости; A – независимые от дохода (Y) расходы как на капиталовложения, так и на потребление.

Уравнение (1) включает в себя нелинейный акселератор инвестиций, равный $\frac{4}{3} k\lambda \left(v \frac{dY}{dt} \right)^3$ (при $\chi=1$), который обеспечивает поддержание в данной экономической системе незатухающих циклических колебаний. Экономическая система с нелинейным акселератором является классической автоколебательной системой, в которой роль механизма положительной обратной связи играет нелинейный акселератор, а в качестве коэффициента усиления служит мощность акселератора v . Если коэффициент усиления v достаточно велик ($v > 1,05$), то в системе возникает самоподдерживающийся колебательный процесс, характеристики которого определяются внутренними (структурными) параметрами системы (Акаев 2008). Таким образом, в точке $v = 1,05$ в системе происходит бифуркация рождения цикла. При выводе уравнения (1) была также учтена циклическая безработица, которая возникает в периоды спадов, что позволяет рассматривать реальную экономику с неполной занятостью. Как известно, колебания уровня безработицы связаны с колебаниями фактического выпуска согласно закону А. Оукена.

В общем уравнении макроэкономической динамики (1) присутствуют две переменные, характеризующие выпуск продукции: быстроменяющаяся переменная $Y(t)$, которая содержит в себе циклические колебания

$y = Y - \bar{Y}$, и медленноменяющейся $\bar{Y}(t)$, представляющей трендовую кривую долгосрочного роста. Для получения приближенных решений подобных нелинейных уравнений имеется весьма эффективный асимптотический метод, называемый методом усреднения Крылова – Боголюбова – Митропольского (метод КБМ), который позволяет прежде всего разделить быстрые и медленные движения (Боголюбов, Митропольский 1974; Митропольский 1971). Действительно, можно сначала провести усреднение быстро меняющейся переменной $y(t) = Y - \bar{Y}$ и получить усеченное описание системы, учитывающее только ее осредненную эволюцию, представляющую долговременный тренд, описываемый $\bar{Y}(t)$. Для того, чтобы практически реализовать данную схему разделения быстрых и медленных движений, необходимо прежде всего выделить трендовую составляющую в правой части уравнения (3.1), представляя независимые (автономные) инвестиции $A(t)$ в виде $A(t) = \bar{A}(t) + \varphi^{*(t)}$, где $\bar{A}(t)$ – трендовая составляющая (например, $\bar{A}(t) = A_0 e^{st}(t)$), а φ^* – квазипериодическая функция, колеблющаяся вокруг трендовой составляющей. Следовательно, правая часть уравнения (3.1) примет вид:

$$\lambda \left(\frac{dA}{dt} + kA \right) = \lambda \left(\frac{d\bar{A}}{dt} + k\bar{A} \right) + \lambda \left(\frac{d\varphi^*}{dt} + k\varphi^* \right) \quad (3.2)$$

Первая часть этого выражения определяет медленные долгосрочные движения решения уравнения (3.1), то есть трендовую кривую, а вторая – определяет циклические колебания вокруг долгосрочной трендовой кривой.

Нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее циклические колебания деловой активности вокруг трендовой кривой роста, имеет вид (Акаев 2008):

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \left[\sigma_0 - \frac{4}{3} \lambda \kappa \nu^3 \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 \left[1 - \frac{s(1-s)}{\kappa} i \right] y = \varphi(t) = \lambda \left(\frac{d\varphi^*}{dt} + \kappa \varphi^* \right) = F_2(t), \quad (3.3)$$

где $\sigma_0 = - \left[\lambda + \kappa - \lambda \kappa \nu - \lambda(1-s) \frac{\beta}{\gamma} \right]$; $\omega_0^2 = \lambda \kappa$; $y = Y - \bar{Y}$; $y|_{t=0} = 0$; $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0$;

β – эластичность выпуска по труду; γ – параметр Оукена; i – норма процента. Для качественного анализа примем следующие типичные численные значения параметров: $\lambda = 4$, $\kappa = 1$, $s = 0,25$, $i = 0,1$, $\beta = \frac{2}{3}$, $\gamma = 2,5$.

Мощность \mathcal{U} акселератора является основным управляющим параметром и оказывает существенное влияние на динамику исследуемой системы. Поэтому мы будем менять его в определенных пределах.

Дифференциальное уравнение, описывающее траекторию экономического роста, имеет вид:

$$\frac{d^2\bar{Y}}{dt^2} - \bar{\sigma}_0 \frac{d\bar{Y}}{dt} + \bar{\omega}_0^2 \bar{Y} = \lambda \left(\frac{d\bar{A}}{dt} + \kappa \bar{A} \right) + \lambda(1-s)i \frac{d\bar{K}}{dt} = F_1(t), \quad (3.4)$$

где $\bar{\sigma}_0 = \lambda + \kappa - \lambda\kappa\nu$, $\bar{\omega}_0^2 = \lambda s \kappa$, $\bar{Y}(0) = 0$, $\left. \frac{d\bar{Y}}{dt} \right|_{t=0} = 0$.

Линейное дифференциальное уравнение (3.4) с постоянными коэффициентами может быть проинтегрировано в аналитической форме. Для нелинейного дифференциального уравнения (3.3) в случае слабой нелинейности акселератора (при небольших значениях мощности акселератора) можно также получить приближенное решение в явной аналитической форме с помощью метода усреднения КБМ. Эти случаи подробно рассмотрены в работе (Акаев 2009а).

В работе (Акаев 2009б) дан качественный анализ решений дифференциальных уравнений (3.3) и (3.4), описывающих циклические колебания деловой активности и экономического роста, исследована устойчивость системы, рассчитана точка бифуркации ($v_1 = 1,05$), где система теряет устойчивость и становится восприимчивой к структурным изменениям и инновациям. Показано, что следствием бифуркации является возникновение в системе самоподдерживаемых незатухающих автоколебаний, которые придают динамическую устойчивость системе. Именно в условиях неравновесия происходит смена уровней равновесия, что вызывает возрастающий экономический рост. Следовательно, режим автоколебаний в экономической системе чрезвычайно полезен, поэтому необходимы меры, способствующие возникновению и поддержанию в системе краткосрочных автоколебаний, что достигается путем поощрения и поддержки инновационной активности предпринимателей. Автоколебания характерны для развитых экономик с высокой предпринимательской и инновационной восприимчивостью, поэтому экономики развитых стран весьма устойчивы. В странах, где предпринимательская активность невысока, автоколебания в экономике практически исключены, там могут быть только вынужденные колебания, вызванные экзогенными шоками. Отсюда и их подверженность кризисам. Все это в наглядной форме представлено на фазовом портрете (Рис. 4), характеризующем взаимное влияние деловых циклов и экономического роста.

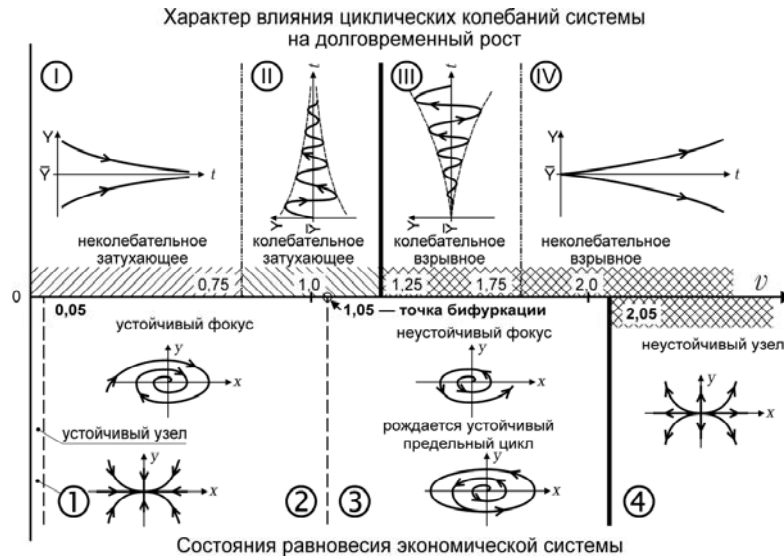


Рис. 4. Фазовый портрет, характеризующий зону устойчивости динамической экономической системы

В общем случае, когда коэффициенты дифференциальных уравнений (3.3) и (3.4) переменные (медленноменяющиеся), а нелинейность акселератора существенна и также изменяется во времени, тогда для решения указанных уравнений необходимо воспользоваться численными методами и осуществлять компьютерное моделирование. При этом крайне важно задать подходящей функциональной зависимостью мощности акселератора во времени. Выше было отмечено, что мощность акселератора является управляющим параметром и оказывает решающее влияние на динамику экономической системы, на формирование траектории долгосрочного экономического роста. Поскольку мощность акселератора пропорциональна предпринимательской активности, а последняя определяется экономической конъюнктурой, в первом приближении можно полагать, что она меняется медленно, по синусоиде, синхронно с большим циклом Кондратьева, то есть:

$$v = v_0 - \frac{v_1}{2} \sin \psi(t - T_0) \quad (3.4a)$$

Так как продолжительность четвертого и пятого циклов Кондратьева составила примерно 36 лет (1945–1982 гг. и 1983–2018 гг.), то можно принять $\psi = \frac{2}{11}$ ($T_K \cong 11\pi \approx 35$ лет). Диапазон практического изменения мощности акселератора $0 < v < 2$ (см. Рис. 4), поэтому целесообразно, чтобы $v_0 \geq 0,8$.

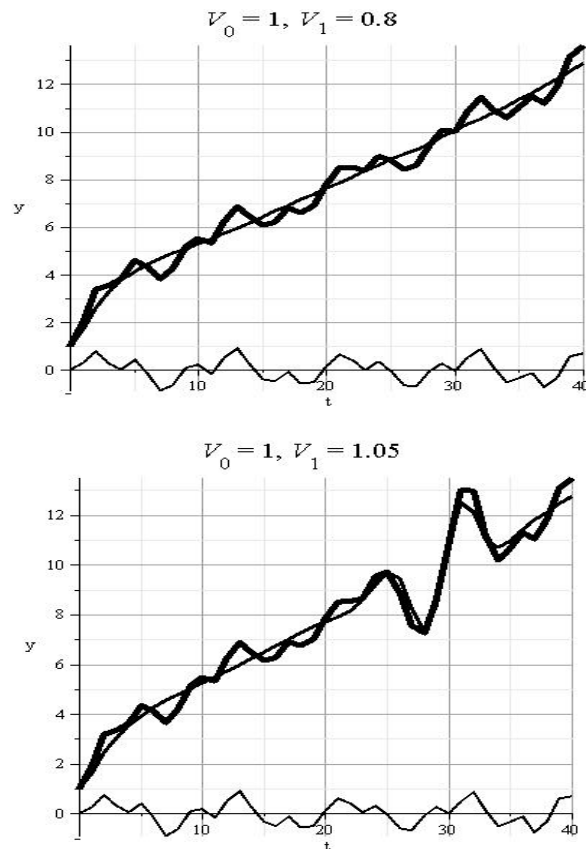


Рис. 5. Численные решения уравнений макроэкономической динамики: а) тренд и циклические колебания представлены линиями средней толщины; б) движение выпуска дано толстыми линиями

В работе (Акаев, Галилеев, Михайлушкин 2011) представлены результаты компьютерного моделирования макроэкономической динамики путем численного решения дифференциальных уравнений, описывающих трендовую траекторию экономического развития (3.4) и циклические колебания (3.3), с последующей суперпозицией полученных решений. Исследована устойчивость экономической системы. Результаты компьютерного моделирования представлены на Рис. 5. Как видно из рисунка, при определенных значениях параметров ($v_0 = 1$, $v_1 = 1,05$) происходит потеря устойчивости системы, экономика испытывает кризис, впадая в глубокую

рецессию, что подтверждает результаты качественного анализа решений. Важно отметить, что потеря устойчивости связана с трендовой кривой, но не циклическими колебаниями. Это соответствует утверждению Й. Шумпетера о том, что равновесная траектория ступенчатая, но остаток после ее вычитания описывается волной. Графики движения ВВП, представленные на Рис. 5, говорят о том, что искомая математическая модель вполне адекватно описывает реальный процесс экономического развития. Для более детального изучения поведения экономической системы на этом участке требуется описать экзогенный импульс случайной природы, вызвавший кризисную рецессию и решать уже соответствующее (3.3) стохастическое дифференциальное уравнение. Следствием этого станет хаотическое состояние экономической системы, аттракторы которого и определяют наиболее вероятные траектории экономического развития.

Верификация уравнения макроэкономической динамики и долгосрочное прогнозирование на примере США

Ниже представлены результаты компьютерного моделирования макроэкономической динамики США путем численного решения дифференциальных уравнений, описывающих трендовую траекторию экономического развития (3.4) и циклические колебания (3.3), с последующей суперпозицией полученных решений. Проводится верификация математической модели (3.1) – (3.4) на примере экономического развития США в период пятого кондратьевского цикла с 1983 по 2010 г. Затем модель используется для прогнозирования экономического развития США до 2050 г. в соответствии с инновационной стратегией развития.

Прежде всего необходимо определить правые части уравнений (3.3) и (3.4). Они определяются путем задания функционального выражения для основного производственного капитала:

$$K = \bar{K}(t) + \varphi^*(t) = \frac{K_0(1+k_1)}{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]} + q_1 \left[\sin \omega_1(t-T_0^*) + \frac{q_2}{q_1} \sin \omega_2(t-T_0^{**}) \right]. \quad (3.5)$$

Здесь первое слагаемое описывает трендовую траекторию движения производственного капитала, которая выражается логистической функцией, а второе – циклические колебания, описывающие циклы Жюгляра (q_1, ω_1) и Кузнеца (q_2, ω_2).

Зная $K(t)$, можно определить функцию движения производственных инвестиций (капиталовложений) по известной формуле инвестиций:

$$A = \frac{dK}{dt} + \mu K = \frac{d\bar{K}}{dt} + \mu \bar{K} + \frac{d\varphi^*}{dt} + \mu \varphi^*, \quad (3.6)$$

где μ – норма выбытия основного капитала.

Используя соотношения (3.5) и (3.6), получаем функциональные выражения для правых частей уравнений (3.4) и (3.3):

$$F_1(t) = \lambda K_0(1+k_1) \frac{\exp[-\theta(t-T_0)]}{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]} \left\{ \begin{aligned} & \alpha \mu \exp[\theta(t-T_0)] + \\ & + \frac{[\mu + \alpha + (1-s)]k_1 \theta}{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]} + \frac{k_1 \theta^2 \{k_1 \exp[-\theta(t-T_0)] - 1\}}{\{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]\}^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

$$F_2(t) = q_1 \lambda \left\{ (\mu + \alpha) \left[\omega_1 \cos \omega_1(t-T_0^*) + \omega_2 \frac{q_2}{q_1} \cos \omega_2(t-T_0^{**}) \right] - \omega_1^2 \sin^2 \omega_1(t-T_0^*) - \omega_2^2 \frac{q_2}{q_1} \sin \omega_2(t-T_0^{**}) + \alpha \mu \left[\sin \omega_1(t-T_0^*) + \frac{q_2}{q_1} \sin \omega_2(t-T_0^{**}) \right] \right\} \quad (3.8)$$

Следующим этапом является калибровка модели движения основного производственного капитала (3.5). Модель содержит 6 параметров: k_1 , θ , q_1 , ω_1 , q_2 , ω_2 . Начальное значение основного капитала K_0 соответствует фактическому объему капитала в 1983 г. (T_0) – начальном году пятого кондратьевского цикла (1983–2018 гг.), который мы находим в национальных счетах ООН (United Nations database). Максимальное значение основного капитала, соответствующее фактическому объему капитала в 2008 г., можно определить на уровне $0,9 K_m$ (K_m – величина насыщения).

Отсюда получаем: $K_{2008} = 0,9 K_0(1+k_1)$. Следовательно, $k_1 = \frac{K_{2008}}{0,9 K_0} - 1$. Ос-

тальные параметры (θ , q_1 , ω_1 , q_2 , ω_2) определяются следующим образом. Сначала находим параметр θ , управляющий трендовой составляющей:

$$\bar{K}(t) = \frac{K_0(1+k_1)}{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]} \quad (3.9)$$

Поскольку K_0 и k_1 уже известны и взяты из базы данных, то параметр θ легко находится методом наименьших квадратов с использованием всей имеющейся выборки фактических значений K_t в заданном промежутке времени (1983–2010 гг.).

Для определения параметров $q_1, \omega_1, q_2, \omega_2$, управляющих колебательными отклонениями от тренда в модели движения основного капитала (3.5), необходимо воспользоваться уравнением инвестиций (3.6), которое с учетом конкретной модели движения капитала (3.5) примет вид:

$$A = \frac{K_0(1+k_1)}{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]} \left\{ \mu + \frac{k_1 \theta \exp[-\theta(t-T_0)]}{1+k_1 \exp[-\theta(t-T_0)]} \right\} + q_1 \left[\omega_1 \cos \omega_1(t-T_0^*) + \omega_2 \frac{q_2}{q_1} \cos \omega_2(t-T_0^{**}) \right] + \mu q_1 \left[\sin \omega_1(t-T_0^*) - \frac{q_2}{q_1} \sin \omega_2(t-T_0^{**}) \right] \quad (3.10)$$

Фактические значения автономных инвестиций (A) имеются в тех же базах данных ООН (United Nations database). Важно то, что именно в автономных инвестициях более выпукло проявляются колебательные отклонения от трендовой составляющей, и поэтому уравнение (3.10) служит наилучшим способом нахождения параметров $q_1, \omega_1, q_2, \omega_2$.

В уравнении (3.10) появляется норма выбытия основного капитала μ , которая со временем растет благодаря постоянному развитию технического прогресса, причем она может быть аппроксимирована линейной зависимостью:

$$\mu = \mu_0 + \mu_1(t - T_0). \quad (3.11)$$

Постоянные μ_0 и μ_1 легко находятся методом наименьших квадратов с использованием выборки фактических значений μ за период 1983–2010 гг., которая также содержится в национальных счетах ООН (United Nations database). Для экономики США мы установили, что $\mu \cong 0,033$ и $\mu_1 \cong 1,1 \cdot 10^{-4}$, то есть примерно 3,3 % выбытия основного капитала ежегодно.

Определяя параметры аппроксимирующих функций (3.5) и (3.10) для основного производственного капитала $K(t)$ и автономных производственных инвестиций $A(t)$ методом наименьших квадратов с использованием выборки имеющихся в базах данных фактических значений капитала и автономных инвестиций за период с 1983 по 2010 гг., мы получили следующие результаты:

$$\begin{aligned} q_1 &\cong 0,075; \omega_1 \cong 0,66; T_1 \cong 9,5 \text{ лет}; T_0^* \cong 1998 \text{ г.}; \\ q_2 &\cong 0,225; \omega_2 \cong 0,28; T_2 \cong 22,4 \text{ года}; T_0^{**} \cong 2002 \text{ г.}; \\ K_0 &\cong 10,77 \text{ трлн. долл.}; k_1 \cong 3,5; \theta \cong 0,09; T_0 \cong 1982 \text{ г.} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Отсюда следует, что в экономике США в указанный период имели место циклы Жюгляра продолжительностью 9,5 лет и циклы Кузнеца продолжительностью 22,4 года, причем амплитуда циклов Кузнеца в 3 раза превышала амплитуду циклов Жюгляра. Видно также, что спад предыдущего цикла Жюгляра пришелся на 1998 г., когда случился кризис, который затем усилился в 2001 г. на спаде цикла Кузнеца (2002 г.). Спад последнего цикла Жюгляра пришелся на 2007 г. ($1998 + 9,5$), когда возникли предпосылки глобального кризиса.

Таким образом, имея конкретные значения всех параметров, можно рассчитать правые части (3.7) и (3.8) дифференциальных уравнений (3.3) и (3.4) и приступить к их численному решению. Причем структурные параметры экономической системы λ и κ могут быть определены как калибровочные параметры. Мы нашли, что наилучшее приближение суммарного решения дифференциальных уравнений (3.3) и (3.4) к фактиче-

ским данным ВВП США за рассматриваемый период с 1982 г. по 2010 г. обеспечивает следующая пара значений искомых параметров: $\lambda = 1,4$ и $\kappa = 1,3$. Мы также нашли среднее значение нормы сбережений в указанный период $s = 0,184$.

На Рис. 6 представлены результаты компьютерного моделирования макроэкономической динамики путем численного решения дифференциальных уравнений, описывающих трендовую траекторию экономического развития (3.4) и циклические колебания (3.3), при заданных значениях параметров (3.12), с последующей суперпозицией полученных решений. Сравнение фактической траектории движения ВВП США в период с 1983 по 2010 г. с расчетной, полученной по предлагаемой математической модели и представленной на Рис. 6, показывает хорошее совпадение. Максимальное отклонение не превышает 7 %. Крайне важно то обстоятельство, что модель едва, но все же улавливает и отражает кризисные рецессии 1990–1991 гг. и 2000–2001 гг., как это видно из рассмотрения Рис. 6. Следовательно, математическая модель, учитывающая влияние циклических колебаний на формирование долговременной траектории экономического роста, дает удовлетворительные результаты.

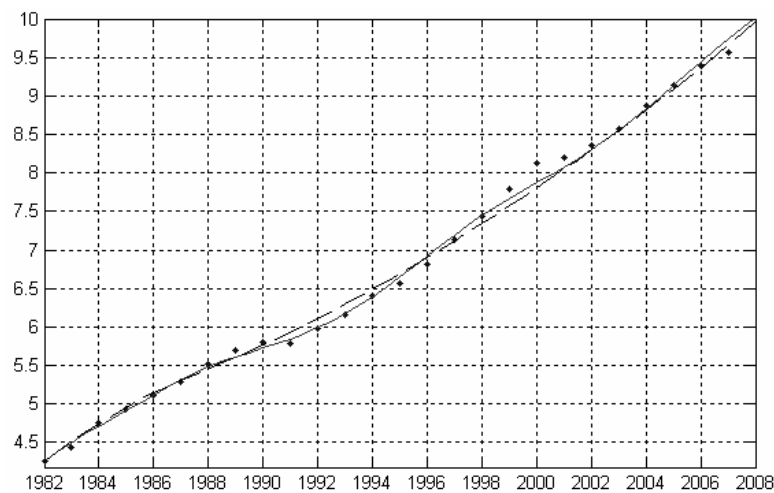


Рис. 6. Приближение ВВП суммой решений дифференциальных уравнений при $\lambda = 1.4$ и $\kappa = 1.3$ (укрупненный масштаб), пунктирная линия – тренд, сплошная – сумма решений

В заключение используем модель для прогнозирования динамики развития экономики США на период, соответствующий продолжительности

грядущего шестого кондратьевского цикла (2010–2050 гг.). Параметры модели довольно стабильны в долговременном периоде и поэтому их численные значения (3.12), полученные в процессе калибровки модели в период с 1983 по 2010 г., можно использовать в процессе прогнозирования. Поэтому достаточно определиться с начальным и конечным объемами основного производственного капитала K_0 и $K_0(1+k_1)$. В год оживления (2018 г.) в начале повышательной волны шестого кондратьевского цикла K_0 практически совпадает с объемом в предкризисный год, то есть $K_{2018} \cong K_{2008}$. Для определения конечного объема основного производственного капитала воспользуемся следующими соображениями, вытекающими из анализа тенденций долговременного экономического развития.

В долговременном периоде наблюдается стабильная капиталоемкость (K/Y), что также выражается эмпирическим законом Калдора (Kaldor 1961): $K = c_K Y$ ($c_K = const$). М. Фридман в свое время показал, что в долговременном плане постоянное потребление прямо пропорционально перманентному доходу (Сакс, Ларрен 1989): $C = c_Y Y$. Следовательно, $K \sim C$. Это значит, что если известен ожидаемый рост потребления, то легко определить и требуемый рост объема основного производственного капитала.

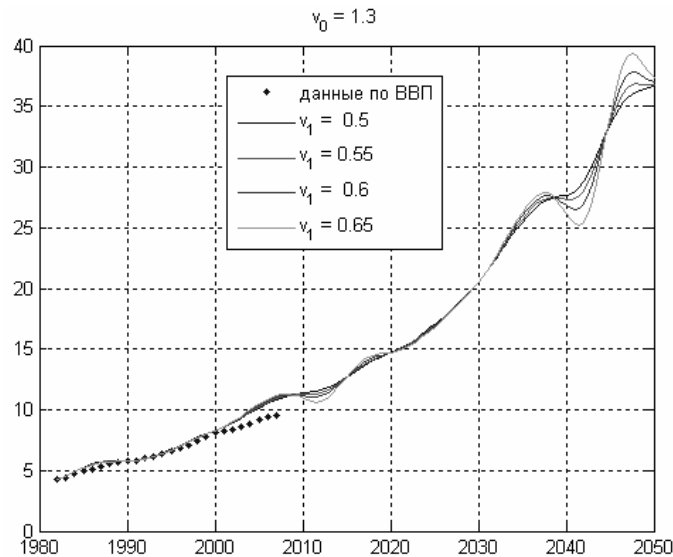


Рис. 7. Прогноз динамики ВВП США до 2050 г.

Р. Холл утверждает, что если ожидания потребителей рациональны, то потребление с течением времени следует траектории случайного блуждания (Hall 1978). Это значит, что выход величины потребления (C) за пределы области $C^e \leq 3\sigma_C \sqrt{t}$ маловероятен (σ_C – среднее квадратическое отклонение C). Это следует из свойств гауссовских случайных блужданий, именуемых винеровским процессом (Артамонов 2008). Таким образом, можно полагать, что $C_{\max}^e = 3\sigma_C \sqrt{T-T_0}$. Эта формула справедлива для $\ln \ln(T-T_0) > 0$, откуда вытекает, что $T-T_0 > e$. Поэтому можно принять $(C_{\max}^e)_0 = 3\sigma_C \sqrt{3}$. Тогда, для оценки роста потребления в период времени $T-T_0$ можно предложить следующую простую формулу:

$$\frac{C_{\max}^e}{(C_{\max}^e)_0} = \sqrt{\frac{T-T_0}{3}}. \quad (3.13)$$

Следовательно,
$$\frac{K_{\max}}{K_0} = \sqrt{\frac{T-T_0}{3}}. \quad (3.14)$$

Подставив $T = 2050$ г. и $T_0 = 2010$ г. в формулу (3.14), получаем: $K_{\max} \cong 3,6K_0$. Поскольку $K_{\max} = K_0(1+k_1)$, следует, что $k_1 = 2,6$.

Траектория движения ВВП США до 2050 г., рассчитанного по модели (3.4) и (3.3), представлена на Рис. 7. Видно, что траектория движения ВВП довольно хорошо описывает изменения экономической конъюнктуры в соответствии с развитием большого цикла Кондратьева, включая резкое ухудшение конъюнктуры, приводящее к кризисной рецессии. Большие циклические кризисы, сопровождаемые депрессиями, видны особенно отчетливо. Глубина кризиса зависит от величины V_1 , которая в какой-то мере отражает спекулятивную активность, тогда как V_0 – это нормальная предпринимательская активность, направленная на созидательную деятельность, на производство потребительских благ. Прогноз также показывает, что к 2050 г. объем ВВП США достигнет примерно 36 трлн долларов в ценах 2000 г., что практически совпадает с прогнозом, полученным исследователями крупнейшей американской компании Pricewaterhouse Coopers (Клинов 2010: 104).

Таким образом, разработанная математическая модель долговременного экономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний на формирование траектории роста, позволяет значительно лучше описать реальную макроэкономическую динамику как в качественном, так и в количественном отношении. Крайне важно, что модель является адекватной математической основой инновационно-циклической теории

экономического развития Шумпетера – Кондратьева. А это дает возможность изучать реальное поступательно-циклическое развитие экономической системы путем математического моделирования.

Библиография

- Акаев А. А. 2007.** Вывод общего уравнения макроэкономической динамики описывающего совместное взаимодействие долгосрочного роста и деловых циклов. *Доклады РАН* 417(4): 439–441.
- Акаев А. А. 2008.** Влияние деловых циклов на долговременный экономический рост. *Доклады РАН* 421(1): 1–5.
- Акаев А. А. 2009а.** Вывод общего уравнения макроэкономической динамики с нелинейным акселератором и анализ его решений. *Труды научного семинара «Время, хаос и математические проблемы»*, МГУ им. М. В. Ломоносова, с. 183–202. Вып. 4. М.: КДУ.
- Акаев А. А. 2009б.** Качественный анализ влияния деловых циклов на экономический рост. *Экономика и математические методы* 45(3): 78–137.
- Акаев А. А., Галилеев М. М., Михайлушкин А. И. 2011.** Компьютерный анализ модели долгосрочной экономической динамики. *Проекты и риски будущего: Концепции, модели, инструменты, прогнозы* / Ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий, С. Ю. Малков, с. 130–137. М.: КРАСАНД.
- Акаев А. А., Хироока М. 2009.** Об одной математической модели для долгосрочного прогнозирования динамики инновационно-экономического развития. *Доклады РАН* 425(6): 727–732.
- Артамонов Н. В. 2008.** *Теория случайных процессов*. М.: Изд-во МГИМО-Университет.
- Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. 1974.** *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*. М.: Наука.
- Глазьев С. Ю. 2010.** *Стратегия опережающего развития России в условиях глобального кризиса*. М.: Экономика.
- Дубовский С. В. 1989.** Нестационарный научно-технический прогресс в глобальном моделировании. *Системное моделирование: модели и методы*. Вып. 20, с. 5–20. М.: ВНИИСИ.
- Дубовский С. В. 1995.** Объект моделирования – цикл Кондратьева. *Математическое моделирование* 7(6): 65–74.
- Дубовский С. В. 2012.** Моделирование циклов Кондратьева и прогнозирование кризисов. *Кондратьевские волны: аспекты и перспективы* / Ред. А. А. Акаев и др., с. 179–188. Волгоград: Учитель.
- Клинов В. Г. 2010.** *Прогнозирование долгосрочных тенденций в развитии мирового хозяйства*. М.: Магистр; ИНФРА-М.
- Кондратьев Н. Д. 2002.** *Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения*. М.: Экономика.

- Меньшиков С. М., Клименко Л. А. 1984.** Длинные волны в экономике. *Процессы глобального развития: моделирование и анализ*: сб. Вып. 3, с. 55–68. М.: ВНИИСИ.
- Меньшиков С. М., Клименко Л. А. 1989.** *Длинные волны в экономике: когда общество меняет кожу*. М.: Международные отношения.
- Митропольский Ю. А. 1971.** *Метод усреднения в нелинейной механике*. Киев: Наукова Думка.
- Сакс Дж., Ларрен Ф. 1989.** *Макроэкономика. Глобальный подход*. М.: Дело.
- Шумпетер Й. 1982.** *Теория экономического развития*. М.: Прогресс.
- Hall R. E. 1978.** Stochastic Implications of the Life Cycle – Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence. *Journal of Political Economy* 86: 971–987.
- Hirooka M. 2006.** *Innovative Dynamism and Economic Growth. A Nonlinear Perspective*. Cheltenham, UK; Northampton, MA, USA: Edward Elgar.
- Kaldor N. 1961.** Capital Accumulation and Economic Growth. *The Theory of Economic Growth*, pp. 177–222. New York: St. Martin's Press.
- Mensch G. 1979.** *Stalemate in Technology – Innovative Overcame the Depression*. New York: Ballinger Publishing Company.
- Schumpeter J. A. 1939.** *Business Cycles*. New York: McGraw-Hill.