

# 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

## 1.1. Макроэкономическая производственная функция: эмпирический межстрановой анализ

С. Ю. Малков, О. И. Давыдова, С. Э. Билюга

В макроэкономических моделях важную роль играют производственные функции, характеризующие зависимость валового внутреннего продукта (или иного обобщающего производственного показателя) от основных факторов производства. При этом с течением времени значимость различных факторов изменяется, что влечет за собой необходимость корректировки вида производственных функций. Целью работы является эмпирический анализ влияния разных факторов производства на величину валового внутреннего продукта (ВВП) в различных странах в XXI в. и разработка рекомендаций по построению агрегированных производственных функций для макроэкономического моделирования.

Традиционно к факторам производства относят триаду: *земля, труд и капитал*. В последнее время часто добавляют дополнительные факторы – *предпринимательство, человеческий и интеллектуальный капитал, деньги, социальную инфраструктуру, энергию* и т. д. В качестве математических зависимостей выпуска от факторов производства в основном применяются линейные и мультипликативно-степенные функции, в которых отсутствие одного из факторов обращает функцию в нуль. Наиболее распространенными производственными функциями  $F$  являются функции следующего вида (для простоты рассматриваются лишь два фактора производства – *труд  $L$  и капитал  $K$* ):

– линейная производственная функция:  $F = aK + bL$  ;

– производственная функция Леонтьева:  $F = \min\left(\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right)$  ;

– производственная функция Кобба – Дугласа, в которой предполагается постоянная эластичность выпуска по факторам производства:

$$F = AK^\lambda L^{1-\lambda} ;$$

– производственная функция CES (с постоянной эластичностью замещения):  $F = A((1-\alpha)K^{-\rho} + L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$  .

Производственная функция  $F(K, L)$  является неоклассической, если она является гладкой и удовлетворяет следующим условиям:

- 1) При отсутствии одного из ресурсов выпуск невозможен:

$$F(0, L) = F(K, 0) = 0;$$

- 2) Выпуск увеличивается с ростом ресурсов:

$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial F}{\partial K} > 0;$$

- 3) Скорость роста выпуска замедляется с увеличением ресурсов:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0;$$

- 4) Выпуск неограниченно растет при неограниченном увеличении одного из ресурсов:

$$F(+\infty, L) = F(K, +\infty) = +\infty.$$

Первой работой в области построения производственных функций является статья Ч. Кобба и П. Дугласа «Теория производства» [Cobb, Douglas 1928]. В этой работе была предпринята попытка эмпирическим путем определить влияние затрачиваемого *капитала* ( $K$ ) и *труда* ( $L$ ) на объем выпускаемой продукции ( $F$ ) в обрабатывающей промышленности США. Общий вид производственной функции:

$$F = AK^\alpha L^\beta,$$

где:  $A$  – технологический коэффициент;  $\alpha \geq 0$  – коэффициент эластичности по капиталу;  $\beta \geq 0$  – коэффициент эластичности по труду.

Впервые для обрабатывающей промышленности США были рассчитаны коэффициенты производственной функции  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$F \approx K^{0.27} L^{0.73}.$$

Обобщением функции Кобба – Дугласа является функция с постоянной эластичностью замещения факторов (CES-функция, англ. Constant Elasticity of Substitution):

$$F = A((1 - \alpha)K^{-\rho} + L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}.$$

Данная функция применяется в случаях, когда отсутствует точная информация об уровне взаимозаменяемости производственных факторов и есть основания предполагать, что этот уровень существенно не изменяется при изменении объемов вовлекаемых ресурсов. Функция CES была разработана К. Дж. Эрроу, Х. Чинери, Б. Минхасом и Р. М. Солоу в 1961г. [Arrow *et al.* 1961].

Линейная функция описывает технологию, характеризующуюся тем, что факторы производства, используемые в производственном процессе, являются полностью взаимозаменяемыми, то есть все равно, использо-

вать только труд или только капитал. Линейная производственная функция имеет вид:

$$F = aK + bL,$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты, отношение которых друг к другу показывает пропорцию замещения одним фактором другого.

Производственная функция Леонтьева [Allen 1967] позволяет моделировать производственный процесс, где между некоторыми ресурсами невозможно замещение:

$$F = \min\left(\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right).$$

Функция подразумевает жесткую дополняемость факторов производства. Факторы могут включаться только в строго определенной пропорции, нарушение которой технологически невозможно. К примеру, авиационный рейс может быть нормально осуществлен при наличии как минимум 1 самолета и 5 членов экипажа. При этом нельзя одновременно наращивать самолето-часы (*капитал*) и сокращать человеко-часы (*труд*), и наоборот. Данная функция предполагает нулевую эластичность замещения между всеми факторами производства, что не отвечает в полной мере экономической реальности.

В настоящий момент фактор производства *труд* (количество работников) уже не является значимым для многих стран. В связи с этим исследователи пытаются построить новые производственные функции, которые бы включали в себя такие параметры, как предпринимательство, информация, человеческий капитал и т. д.

По мнению Б. Джентайла, генерального директора *Jaspersoft*, имеющими первостепенное значение факторами производства сейчас становятся *время*, *информация* и *капитал*. Значимость факторов *земля* и *труд* существенно сократилась. В статье «Новые факторы производства и рост количества приложений, управляемых данными» [Gentile 2011] Джентайл утверждает, что успех компании уже не связан с владением землей и наличием большого количества работников. В целом *земля* и *труд* уступили место двум более важным факторам – *информации* и *времени*. Быстрое реагирование на спрос потребителей во многих случаях определяет успех предприятия. Технологические инновации способствуют конкуренции предприятий на основе времени и скорости. Использование информации как первостепенного фактора производства предполагает распознавание и эффективное планирование таких характеристик данных, как объем, скорость, разнообразие и достоверность. Третий фактор – *капитал* – до сих пор является и будет являться основным фактором в капиталистической экономике.

Э. Мор [Mohr n.d.], дипломированный бухгалтер высшей квалификации, выделяет следующие факторы производства:

- *производственный капитал* (оборудование, здания, материалы и т. д.);
- *человеческий капитал* (трудовые ресурсы часто становятся самыми большими издержками предприятий, но грамотное управление персоналом – один из признаков успешного бизнеса);
- *ресурсный капитал* – природные ресурсы (такие как вода), а также физическое пространство, занимаемое компанией;
- *интеллектуальный капитал* (предпринимательский образ мышления, опыт, креатив, ноу-хау, права, патенты, торговые марки и т. д.).

В статье Смрити Чанда [Chand n.d.] «Факторы производства: классификация, критика и значимость» рассматриваются четыре фактора производства (*земля, труд, капитал, организация*). Критики статьи заявляют, что не ясна разница между *землей, трудом* и *капиталом*. Когда работники производят продукцию, управляя машиной на заводе, они используют свой труд и навыки (требующие инвестиций), а также необработанные материалы, которые, в свою очередь, являются продуктом труда и машин, функционирующих на земле. Сложно разделить вклад земли, труда и капитала. Более того, один фактор может быть заменен другим.

В «Британском журнале прикладных наук и технологий» предложена производственная функция [Okpige 2015] с 7 факторами производства:

$$P = KM_1^a M_2^b M_3^c M_4^d M_5^e I^f T^g U^h,$$

где:  $M_1$  – материалы;  $M_2$  – деньги;  $M_3$  – оборудование;  $M_4$  – труд;  $M_5$  – управление;  $I$  – информация;  $T$  – время;  $U$  – неучтенные (необъясненные) факторы производства.

Р. Купер и Э. Джон в работе «Агрегированная производственная функция» [Cooper, John 2013] представили функцию Кобба – Дугласа в специфической форме. Учитываются следующие факторы производства: физический капитал, труд, человеческий капитал, знания, социальная инфраструктура, природные ресурсы. Все факторы, кроме труда и капитала (человеческого и физического), сгруппированы в «технологии». Таким образом, агрегированная производственная функция позволяет определить выпуск, зная физический капитал, человеческий капитал, труд и технологии.

В статье «Моделирование регионального развития на основе производственных функций» [Гафарова 2013] обсуждаются эконометрические проблемы построения производственных функций Республики Башкортостан на основе временных рядов. Представлены результаты моделирования валового регионального продукта Республики Башкортостан на основе «традиционных» и «нетрадиционных» производственных функций.

В качестве нетрадиционного набора факторов производства используются *инвестиции в основной капитал, затраты на оплату труда работников, количество отработанного рабочего времени, затраты на выполнение исследований и разработок* и т. д.

В книге “Engineering Economics” [Hussain 2010: 117] Т. Хуссейн описывает производственную функцию как функцию, зависящую от 9 факторов:

$$Q = f(L, K, N, T, O, B, M, G, E),$$

где:  $L$  – труд;  $K$  – капитал;  $N$  – природные ресурсы;  $T$  – технологии;  $O$  – организация;  $B$  – банки;  $M$  – рынок;  $G$  – правительственный курс;  $E$  – предпринимательство.

Р. Холл и Ч. Джонс попытались ответить на вопрос, почему в некоторых странах производительность труда намного выше [Hall, Jones 1999]. Как известно, производительность труда существенно отличается в разных странах. Чем это объясняется? Аналитическое исследование показывает, что физический капитал и квалификация работников могут только частично объяснить разницу в производительности труда. По итогам исследования был сделан вывод о том, что накопление капитала и производительность труда напрямую зависят от институционального и политического курса, который назван социальной инфраструктурой. Социальная инфраструктура рассматривается как эндогенный фактор, определяемый историческим расположением и другими факторами, как, например, язык.

В статье «Новая производственная функция с технологическими инновациями как фактором производства и ее применение для анализа энергосберегающего эффекта в районе Лэшань» [Liao *et al.* 2010] делается попытка создать новую производственную функцию типа Кобба – Дугласа  $F(t) = f(K(t), L(t), E_1(t), E_2(t), T(t))$  и оценить влияние технологических инноваций. Капитал, труд, энергия (экологически чистая и загрязненная) рассматриваются как элементы экономического роста. Функция имеет следующий вид:

$$F(t) = Ae^{ct} K(t)^\alpha L(t)^\beta E_1(t)^{\gamma_1} E_2(t)^{\gamma_2},$$

где  $K$  – капитал;  $L$  – труд;  $E_1$  – экологически чистая энергия;  $E_2$  – энергия, не являющаяся экологически чистой;  $T$  – технологические инновации.

Еще один вид производственной функции предложен в работе «Агрегированная производственная функция Бахрейна, определяющие факторы и воздействия» [Alezzee 2010]:

$$\ln GDP = \beta_1 + \beta_2 \ln GCF + \beta_3 \ln LF + \beta_4 \ln EDUR + \beta_5 LIFEEXP,$$

где:  $GDP$  – реальный ВВП;  $GCF$  – реальные инвестиции;  $LF$  – трудовые ресурсы;  $EDUR$  – затраты на образование;  $LIFEEXP$  – ожидаемая продолжительность жизни.

В статье Международного валютного фонда «Влияние общественного капитала, человеческого капитала и знаний на агрегированный выпуск продукции» [Abdih, Joutz 2008] рассматривается производственная функция следующего вида:

$$Y_t = A_t^{\beta_1} K P_t^{\beta_2} K G_t^{\beta_3} L_t^{\beta_4} e^{\epsilon_t},$$

где:  $A$  – знания/технологии (количество патентов);  $KP$  – частный капитал;  $KG$  – публичный капитал (федеральный капитал, капитал штатов, местный капитал), сюда включены дороги, транспорт, образовательные учреждения и т. д.;  $L$  – человеческий капитал. Традиционно труд измеряется как суммарное количество часов, отработанное всеми работниками. В данной работе учитываются образование и опыт работы сотрудников. Определяются параметры производственной функции для экономики США с использованием следующих источников данных: Bureau of Labor Statistics, Bureau of Economic Analysis, The U.S. Patent Office.

Таким образом, анализ показывает, что в настоящее время предложенная Ч. Коббом и П. Дугласом классическая производственная функция, основными факторами в которой являются труд и капитал, уже не позволяет прогнозировать выпуск продукции. Различные авторы рекомендуют использовать в производственной функции новые факторы производства, такие как инвестиции, правительственный курс, информация, время, деньги, социальная инфраструктура, энергия и др. Для того чтобы выбрать из этого набора предложений наиболее практичные и удобные для макроэкономического моделирования факторы, были проведены статистические исследования – сопоставление производственных функций различного вида (учитывающих разные наборы факторов) с рядами статистических данных на интервале с 2000 по 2012 г. по 30 странам (в качестве источника статистических данных использовалась база данных Всемирного банка [World Bank 2016]). На первом этапе в качестве ведущего фактора производства рассматривались инвестиции.

**Производственная функция, ведущим фактором которой являются инвестиции:**

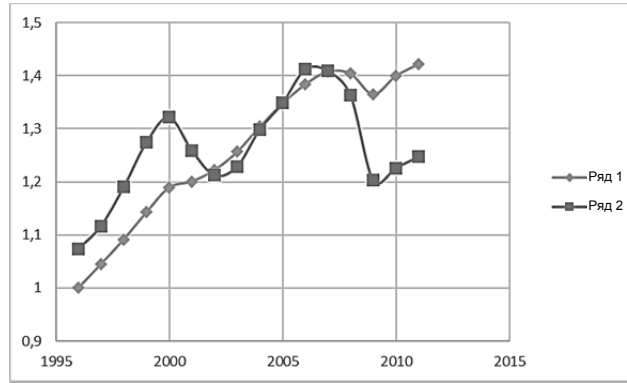
$$F \approx f * I^\gamma, \quad (1.1.1)$$

где  $F$  – ВВП;  $I$  – инвестиции (внутренние + прямые иностранные);  $f$ ,  $\gamma$  – коэффициенты.

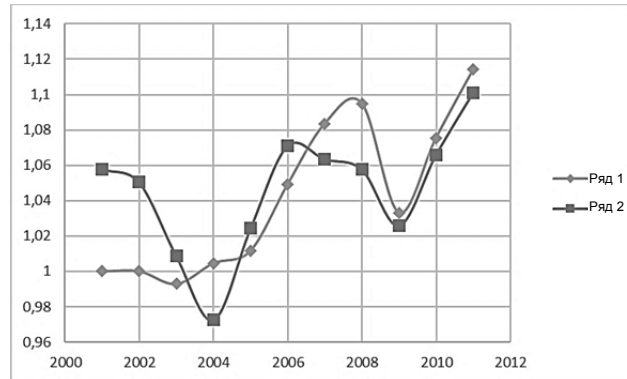
Коэффициенты  $f$  и  $\gamma$  определялись из условия минимальной невязки между рядом (1.1.1) и реальным рядом ВВП. Результаты определения  $f$  и  $\gamma$  представлены в Табл. 1.1.1. Сопоставления реальных рядов ВВП и теоретических рядов (1.1.1) для ряда стран представлены на Рис. 1.1.1.

**Табл. 1.1.1.** Результаты определения параметров производственной функции вида (1.1.1) для ряда стран мира

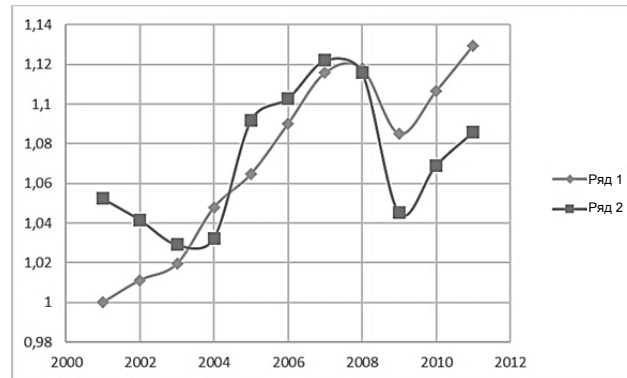
	$f$	$\gamma$	Минимум невязки
США	1,073	0,628	0,149
Германия	1,058	0,427	0,011
Япония	1,05	0	0,028
Россия	1,006	0,591	0,021
Китай	1,04	0,826	0,063
Бразилия	1,132	0,68	0,047
Индия	1,033	0,66	0,079
Франция	1,052	0,409	0,01
Канада	1,038	0,488	0,089
Южная Корея	1,104	0,994	0,04
Мексика	0,955	0,63	0,018
Аргентина	1,13	0,608	0,184
Ирландия	1,183	0,358	0,805
Австрия	1,154	0,071	0,118
Бельгия	1,049	0,1	0,018
Дания	1,144	0,045	0,097
Финляндия	1,119	0,344	0,197
Италия	1,027	0,387	0,008
Тунис	1,081	0,677	0,083
Южная Африка	1,129	0,475	0,085
Нидерланды	1,149	0,132	0,121
Новая Зеландия	1,118	0,544	0,162
Великобритания	1,169	0,278	0,225
Норвегия	1,131	0,34	0,087
Швейцария	1,103	0,332	0,064
Швеция	1,151	0,243	0,265
Сингапур	1,134	0,864	0,583
Испания	1,13	0,356	0,214
Турция	1,232	0,751	0,315
Малайзия	1,608	0,672	1,092
Пакистан	1,234	0,581	0,41



а)

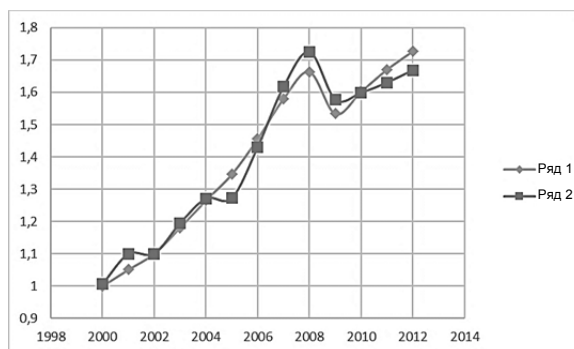


б)

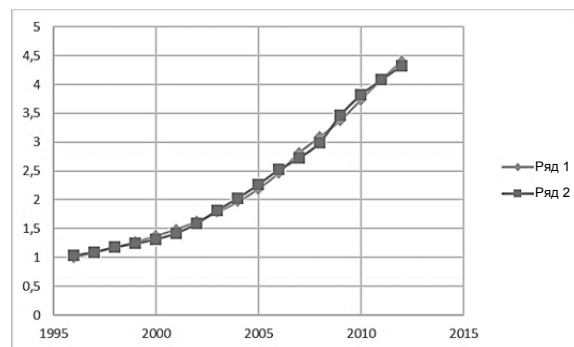


в)





г)



д)

**Рис. 1.1.1.** Сопоставление реальных рядов ВВП (ряд 1) и теоретических рядов для производственной функции типа (1.1.1) (ряд 2) в относительных единицах для США (а), Германии (б), Франции (в), России (г), Китая (д)

Результаты расчетов показывают, что ВВП наиболее сильно зависит от инвестиций в Китае, Бразилии, Южной Корее, Сингапуре и Турции. Наименьшая зависимость ВВП от инвестиций наблюдается в Австрии, Бельгии, Дании, Нидерландах и Швеции. Для каких-то стран выражение (1.1.1) хорошо подходит для описания производственной функции (например, для Сингапура, Турции, Малайзии, Пакистана), а для каких-то государств (например, для Франции, Германии, Бельгии, Италии) одного фактора инвестиций для описания производственной функции недостаточно. Поэтому целесообразно добавить дополнительные факторы, влияющие на производственную функцию, и оценить их значимость. Поскольку сейчас большую роль играет технический прогресс, на втором этапе

исследований в качестве значимых производственных факторов были добавлены следующие: *труд*, *количество ученых* и *финансирование НИОКР*. Проверялась гипотеза о том, что для стран, которые прошли демографический переход и являются высокотехнологичными, и для стран с более низким уровнем развития характерно различие в значимости рассматриваемых факторов производства.

**Производственная функция, зависящая от количества ученых, финансирования НИОКР, труда и инвестиций:**

$$F \approx f * RD^{\alpha} * FRD^{\delta} * L^{\beta} * I^{\gamma}, \quad (1.1.2)$$

где:  $F$  – ВВП;  $RD$  – количество ученых;  $FRD$  – финансирование НИОКР;  $I$  – инвестиции (внутренние + прямые иностранные);  $L$  – труд;  $f, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  – коэффициенты.

Коэффициенты  $f, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  определялись из условия минимальной невязки между рядом (1.1.2) и реальным рядом ВВП. Результаты определения данных коэффициентов приведены в Табл. 1.1.2. Сопоставления реальных рядов ВВП и теоретических рядов (1.1.2) для ряда стран представлены на Рис. 1.1.2.

**Табл. 1.1.2.** Результаты определения параметров производственной функции вида (1.1.2) для ряда стран мира (с оценкой уровня значимости)

Факторы	$RD$	$FRD$	$L$	$I$	$f$	
	$\alpha$	$\delta$	$\beta$	$\gamma$	свободный член	$R^2$
1	2	3	4	5	6	7
США	0,261	-0,387	<u>2,998</u>	<u>0,192</u>	-0,011	0,99
Р-значение	0,101	0,144	<u>0,012</u>	<u>0,001</u>	0,229	
Германия	<u>-0,677</u>	<u>0,875</u>	0,966	0,056	0,001	0,948
Р-значение	<u>0,031</u>	<u>0,01</u>	0,063	0,437	0,933	
Япония	-0,12	<u>0,388</u>	-0,592	0,124	-0,002	0,941
Р-значение	0,471	<u>0</u>	0,378	0,055	0,8	
Россия	-0,573	-0,004	1,168	<u>0,422</u>	0,012	0,986
Р-значение	0,327	0,977	0,337	<u>0,004</u>	0,606	
Китай	0,03	0,3	-2,040	<u>0,502</u>	<u>0,02</u>	0,998
Р-значение	0,586	0,115	0,338	<u>0,005</u>	0,336	
Бразилия	-0,02	0,06	<u>1,274</u>	<u>0,213</u>	0	0,998
Р-значение	0,898	0,269	<u>0,034</u>	<u>0,002</u>	0,96	
Индия	0,176	<u>0,705</u>	-0,026	0,024	0	0,995
Р-значение	0,148	<u>0,001</u>	0,927	0,882	0,983	
Франция	<u>0,607</u>	-0,456	-0,475	<u>0,179</u>	0,002	0,993
Р-значение	<u>0,011</u>	<u>0,033</u>	0,275	<u>0,001</u>	0,552	

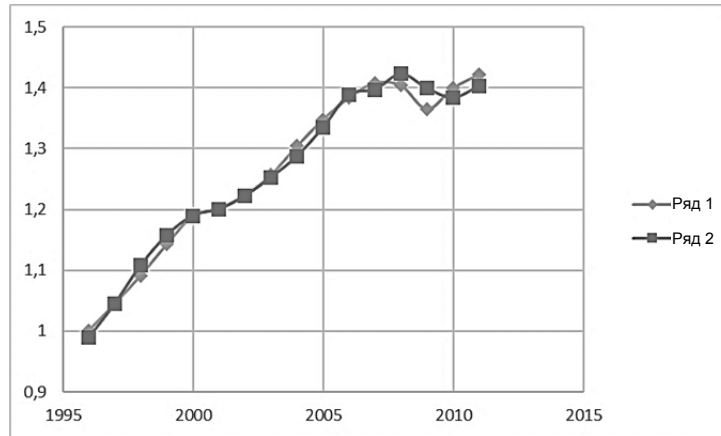
Продолжение Табл. 1.1.2

1	2	3	4	5	6	7
Канада	-0,053	<u>0,18</u>	<u>1,142</u>	<u>0,102</u>	<u>0,002</u>	0,996
Р-значение	0,659	<u>0</u>	<u>0,001</u>	<u>0,001</u>	0,831	
Южная Корея	0,146	-0,035	<u>3,107</u>	0,129	0,015	0,993
Р-значение	0,336	0,742	<u>0,001</u>	0,258	0,36	
Мексика	0,008	-0,022	<u>0,585</u>	<u>0,33</u>	-0,003	0,991
Р-значение	0,8	0,721	<u>0</u>	<u>0</u>	0,804	
Аргентина	0,155	<u>0,353</u>	-0,053	<u>0,111</u>	-0,007	0,991
Р-значение	0,438	<u>0,02</u>	0,818	<u>0,03</u>	0,576	
Ирландия	<u>0,839</u>	-0,929	<u>1,821</u>	0,023	0,037	0,982
Р-значение	<u>0,023</u>	<u>0,003</u>	<u>0,001</u>	0,548	0,134	
Австрия	-0,076	0,372	0,222	0,014	0,004	0,98
Р-значение	0,812	0,16	0,697	0,423	0,696	
Бельгия	0,268	-0,188	0,797	0,032	0	0,958
Р-значение	0,508	0,535	0,252	0,201	0,99	
Дания	-0,014	0,216	1,75	0,051	0,003	0,904
Р-значение	0,902	0,095	0,187	0,173	0,875	
Финляндия	-0,033	<u>0,417</u>	0,859	0,085	-0,026	0,966
Р-значение	0,811	<u>0,045</u>	0,477	0,055	0,22	
Италия	-0,023	0,11	<u>0,531</u>	<u>0,253</u>	0,001	0,978
Р-значение	0,284	0,081	<u>0,018</u>	<u>0</u>	0,881	
Тунис	-0,105	0,067	<u>2,884</u>	-0,005	-0,001	0,997
Р-значение	0,502	0,356	<u>0,004</u>	0,92	0,946	
Южная Африка	0,07	0,243	0,242	0,176	-0,017	0,957
Р-значение	0,703	0,201	0,683	0,053	0,588	
Нидерланды	0,12	-0,072	<u>1,385</u>	<u>0,033</u>	0,004	0,986
Р-значение	0,284	0,5893	<u>0</u>	<u>0,005</u>	0,614	
Новая Зеландия	0,295	-0,02	0,542	<u>0,141</u>	0,019	0,99
Р-значение	0,226	0,93	0,128	<u>0,002</u>	0,183	
Великобритания	<u>0,314</u>	0,297	0,176	0,047	<u>0,018</u>	0,989
Р-значение	<u>0</u>	0,063	0,575	0,069	<u>0,029</u>	
Норвегия	<u>1,376</u>	-0,226	-2,541	0,023	<u>0,041</u>	0,958
Р-значение	<u>0</u>	0,304	<u>0,008</u>	0,646	<u>0,002</u>	
Швейцария	0,198	0,2	1,303	0,065	0,005	0,983
Р-значение	0,075	0,244	0,064	0,066	0,64	
Швеция	<u>0,23</u>	0,096	<u>1,835</u>	<u>0,086</u>	0,008	0,973
Р-значение	<u>0,048</u>	0,475	<u>0</u>	<u>0,03</u>	0,661	
Сингапур	0,047	0,229	0,799	<u>0,177</u>	-0,045	0,984
Р-значение	0,759	0,118	<u>0,008</u>	<u>0,029</u>	0,101	
Испания	<u>0,191</u>	0,08	0,193	<u>0,13</u>	0,013	0,996
Р-значение	<u>0,017</u>	0,441	0,377	<u>0</u>	0,051	
Турция	<u>0,316</u>	-0,003	0,057	<u>0,183</u>	<u>0,053</u>	0,988
Р-значение	<u>0</u>	0,967	0,808	<u>0</u>	<u>0,001</u>	

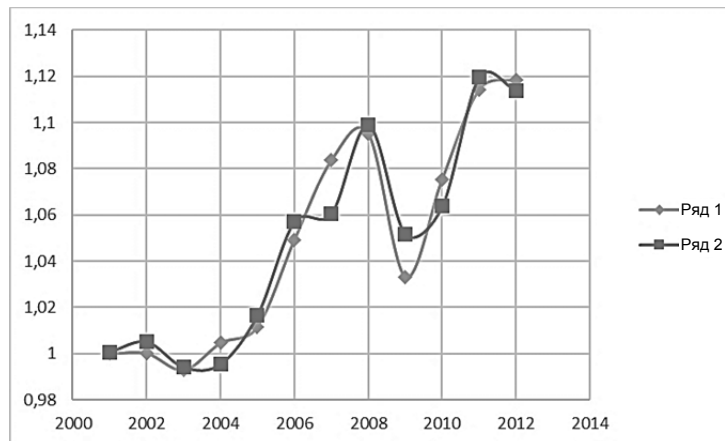
Окончание Табл. 1.1.2

1	2	3	4	5	6	7
Малайзия	-0,02	-0,014	<u>1,95</u>	<u>0,236</u>	-0,004	0,993
Р-значение	0,521	0,841	<u>0</u>	<u>0</u>	0,826	
Пакистан	0,031	0,011	<u>1,01</u>	<u>0,072</u>	0,003	0,998
Р-значение	0,165	0,449	<u>0</u>	<u>0,044</u>	0,65	

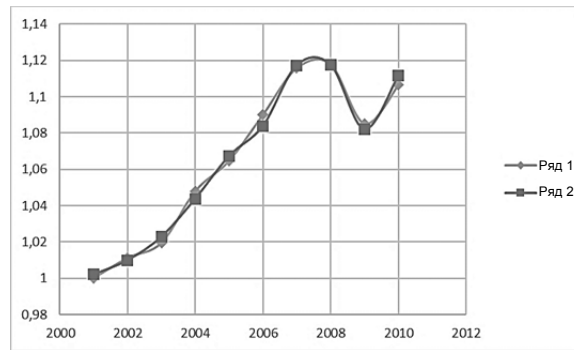
Примечание. Подчеркиванием выделены те факторы, которые являются значимыми.



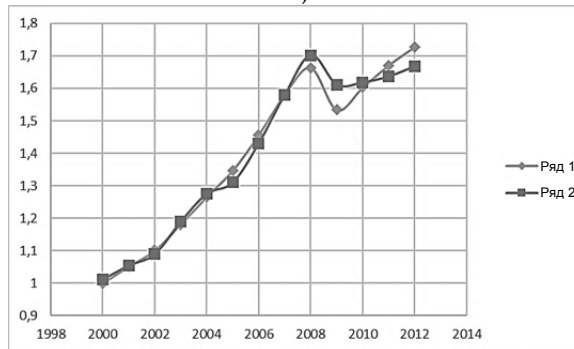
а)



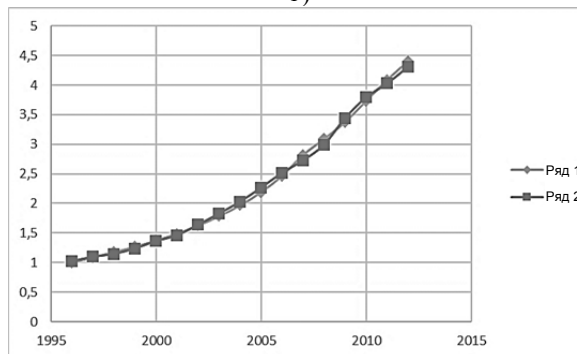
б)



в)



г)



д)

**Рис. 1.1.2.** Сопоставление реальных рядов ВВП (ряд 1) и теоретических рядов для производственной функции типа (1.1.2) (ряд 2) в относительных единицах для США (а), Германии (б), Франции (в), России (г), Китая (д)

Результаты расчетов показывают следующее:

а) страны, для которых значим коэффициент при инвестициях: США, Россия, Китай, Бразилия, Франция, Канада, Мексика, Аргентина, Италия, Новая Зеландия, Швеция, Сингапур, Испания, Турция, Малайзия, Пакистан;

б) страны, для которых значим коэффициент при финансировании исследований: Германия, Япония, Индия, Франция, Канада, Аргентина, Финляндия, Ирландия;

в) страны, для которых значим коэффициент при количестве исследователей: Германия, Франция, Ирландия, Великобритания, Норвегия, Швеция, Испания, Турция;

г) страны, для которых значим коэффициент при труде: США, Бразилия, Канада, Южная Корея, Мексика, Ирландия, Италия, Тунис, Нидерланды, Норвегия, Швеция, Сингапур, Малайзия, Пакистан;

д) страны, для которых не значим ни один из коэффициентов: Австрия, Бельгия, Дания, Южная Африка, Швейцария.

При использовании четырех факторов производственной функции невязка по ВВП становится значительно меньше. Но из расчетов следует, что такие факторы, как труд и количество исследователей, незначимы для многих стран. В развитых странах ВВП уже не зависит от рабочей силы. Это видно на примере Германии, Японии, Франции, Австрии, Бельгии, Великобритании, Испании. Наблюдается даже обратная зависимость, так как рабочая сила сокращается (при одновременном повышении производительности труда). С постепенным вводом робототехники этот эффект усилится. То есть рабочая сила – это не тот фактор, который нужно учитывать. Этот фактор хорошо работал в XIX в., в первой половине XX в., когда был период экстенсивного развития. Но как только происходит переход на интенсивное (постиндустриальное) развитие, на новые технологии, факторы производственной функции становятся другими. Так, для многих развитых стран (Германия, Франция, Канада, Япония, Ирландия) значимым является фактор финансирования НИОКР. Поэтому на следующем этапе рассматривается зависимость ВВП от финансирования НИОКР и инвестиций.

**Производственная функция, зависящая от финансирования НИОКР и инвестиций:**

$$F \approx f * FRD^\delta * I^\gamma, \quad (1.1.3)$$

где:  $F$  – ВВП;  $FRD$  – финансирование НИОКР;  $I$  – инвестиции (внутренние + прямые иностранные);  $f, \gamma, \delta$  – коэффициенты.

Коэффициенты  $f, \gamma, \delta$  определялись из условия минимальной невязки между рядом (1.1.3) и реальным рядом ВВП. Результаты определения данных коэффициентов представлены в Табл. 1.1.3. Сопоставления реальных рядов ВВП и теоретических рядов (1.1.3) для ряда стран представлены на Рис. 1.1.3.

**Табл. 1.1.3.** Результаты определения параметров производственной функции вида (1.1.3) для ряда стран мира (с оценкой уровня значимости)

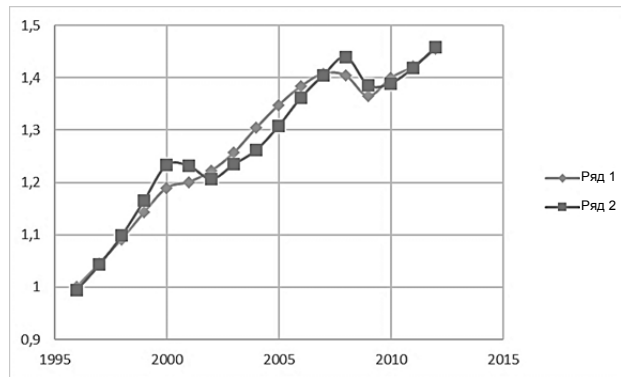
	<i>I</i>	<i>FRD</i>	<i>f</i>	
	$\gamma$	$\delta$	свободный член	$R^2$
1	2	3	4	5
США	<u>0,158</u>	<b><u>0,667</u></b>	-0,005	0,972
Р-значение	<u>0,013</u>	<u>0</u>	0,692	
Германия	0,141	<b><u>0,335</u></b>	0,012	0,873
Р-значение	0,14	<u>0,001</u>	0,258	
Япония	0,087	<b><u>0,392</u></b>	-0,011	0,929
Р-значение	0,102	<u>0</u>	0,111	
Россия	<b><u>0,568</u></b>	0,057	-0,006	0,977
Р-значение	<u>0</u>	0,697	0,819	
Китай	<b><u>0,607</u></b>	<u>0,147</u>	0,012	0,998
Р-значение	<u>0</u>	<u>0,042</u>	0,499	
Бразилия	-0,135	<u>0,718</u>	0,039	0,916
Р-значение	0,512	<u>0,002</u>	0,119	
Индия	0,198	<b><u>0,572</u></b>	-0,029	0,993
Р-значение	0,107	<u>0,001</u>	0,154	
Франция	<u>0,317</u>	<b><u>0,562</u></b>	<u>0,021</u>	0,913
Р-значение	<u>0,001</u>	<u>0</u>	<u>0,014</u>	
Канада	0,26	<b><u>0,418</u></b>	-0,025	0,91
Р-значение	<u>0,004</u>	<u>0,001</u>	0,342	
Южная Корея	<b><u>0,392</u></b>	<u>0,277</u>	<u>0,03</u>	0,99
Р-значение	0,069	<u>0,008</u>	<u>0,01</u>	
Мексика	<b><u>0,381</u></b>	<u>0,171</u>	-0,034	0,965
Р-значение	<u>0,001</u>	<u>0,022</u>	0,044	
Аргентина	0,269	<b><u>0,389</u></b>	-0,005	0,999
Р-значение	<u>0,001</u>	<u>0</u>	<u>0,326</u>	
Ирландия	<u>0,204</u>	<u>0,468</u>	0,064	0,898
Р-значение	0,002	<u>0</u>	0,175	
Австрия	0,014	<u>0,341</u>	0,002	0,98
Р-значение	0,314	<u>0</u>	0,766	
Бельгия	0,05	<b><u>0,341</u></b>	<u>0,03</u>	0,857
Р-значение	0,068	<u>0,001</u>	<u>0,026</u>	
Дания	0,053	<b><u>0,292</u></b>	-0,001	0,881
Р-значение	0,068	<u>0</u>	0,971	
Финляндия	<u>0,091</u>	<b><u>0,499</u></b>	-0,031	0,963
Р-значение	<u>0,03</u>	<u>0</u>	0,074	

Окончание Табл. 1.1.3

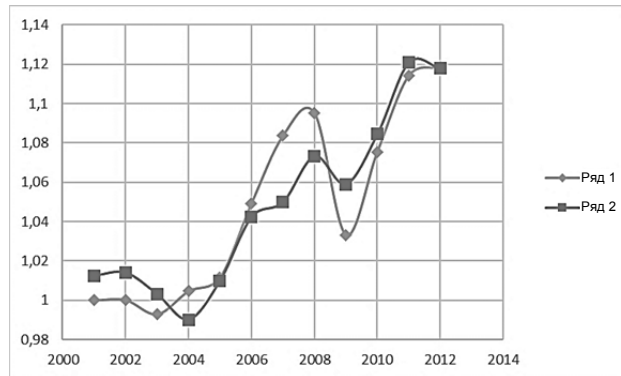
1	2	3	4	5
Италия	<b>0,269</b>	<u>0,190</u>	0,004	0,963
Р-значение	<u>0</u>	<u>0</u>	0,531	
Тунис	0,217	<u>0,211</u>	0,022	0,98
Р-значение	<u>0,012</u>	<u>0</u>	0,116	
Южная Африка	<u>0,168</u>	<b>0,37</b>	-0,001	0,953
Р-значение	<u>0,025</u>	<u>0</u>	0,956	
Нидерланды	0,047	<b>0,759</b>	<u>0,05</u>	0,823
Р-значение	0,132	<u>0</u>	0,048	
Новая Зеландия	<u>0,135</u>	<b>0,544</b>	<u>0,034</u>	0,98
Р-значение	<u>0,008</u>	<u>0</u>	<u>0,003</u>	
Великобритания	0,053	<b>0,97</b>	0,02	0,9623
Р-значение	0,147	<u>0</u>	0,101	
Норвегия	0,1	<b>0,716</b>	0,036	0,822
Р-значение	0,198	<u>0</u>	0,083	
Швейцария	0,081	<b>0,553</b>	<u>0,023</u>	0,961
Р-значение	0,068	<u>0</u>	<u>0,036</u>	
Швеция	0,055	<b>0,881</b>	-0,032	0,772
Р-значение	0,559	<u>0</u>	0,474	
Сингапур	<u>0,332</u>	<b>0,467</b>	-0,085	0,968
Р-значение	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0,013</u>	
Испания	<u>0,128</u>	<b>0,347</b>	<u>0,017</u>	0,993
Р-значение	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0,026</u>	
Турция	0,19	<b>0,341</b>	<u>0,073</u>	0,958
Р-значение	0,009	<u>0</u>	<u>0,002</u>	
Малайзия	<u>0,276</u>	<u>0,305</u>	-0,034	0,967
Р-значение	<u>0</u>	<u>0</u>	0,285	
Пакистан	-0,035	<u>0,243</u>	<u>0,078</u>	0,866
Р-значение	0,855	<u>0,003</u>	<u>0,028</u>	

*Примечание.* Подчеркиванием выделены те факторы, которые являются значимыми.

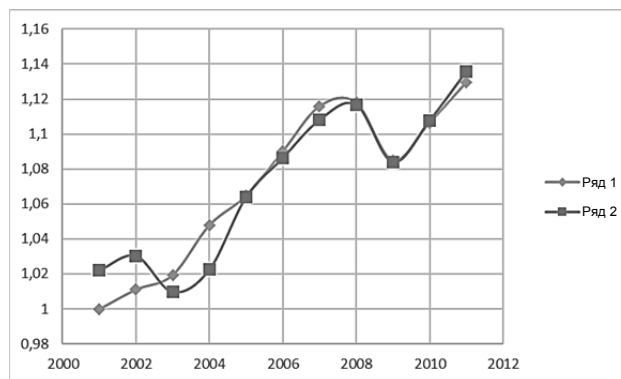




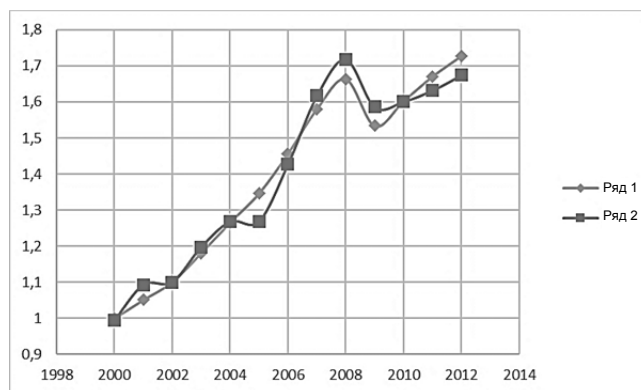
а)



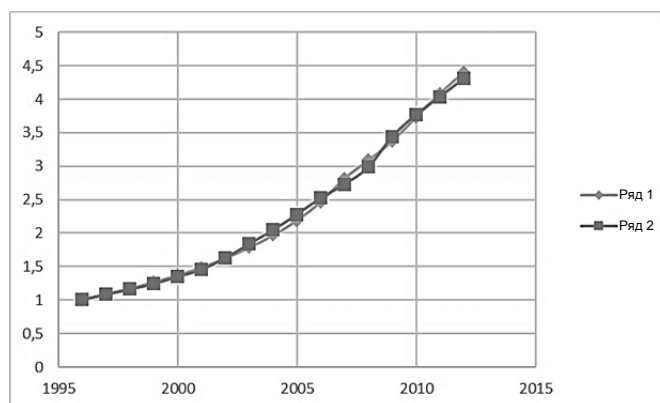
б)



в)



г)



д)

**Рис. 1.1.3.** Сопоставление реальных рядов ВВП (ряд 1) и теоретических рядов для производственной функции типа (1.1.3) (ряд 2) в относительных единицах для США (а), Германии (б), Франции (в), России (г), Китая (д)

Используя полученные результаты, можно разделить страны на две группы:

а) страны, для которых коэффициент при финансировании НИОКР больше (в 2–4 раза), чем коэффициент при инвестициях ( $\delta > \gamma$ ): США, Германия, Япония, Индия, Франция, Канада, Аргентина, Ирландия, Австрия, Бельгия, Дания, Финляндия, Южная Африка, Нидерланды, Новая Зеландия, Великобритания, Норвегия, Швейцария, Швеция, Сингапур, Испания, Турция;

б) страны, для которых коэффициент при финансировании НИОКР меньше, чем коэффициент при инвестициях ( $\delta < \gamma$ ): Россия, Китай, Южная Корея, Мексика, Италия.

Для двух стран – Малайзии и Туниса – коэффициенты при финансировании НИОКР и при инвестициях примерно равны ( $\delta = \gamma$ ). Для Бразилии и Пакистана коэффициенты при инвестициях отрицательные ( $\gamma < 0$ ).

Таким образом, эмпирический анализ позволяет сделать вывод о том, что в XXI в. становятся важными факторы технического прогресса, но для разных стран они имеют разную значимость. Как следует из Табл. 1.1.3, в зависимости от страны ведущими факторами производства могут быть или инвестиции, или финансирование НИОКР, или комбинация этих факторов. Различия объясняются тем, что одни страны уже находятся на стадии постиндустриального развития, а другие, такие как Китай или Индонезия, продолжают находиться на стадии экстенсивного роста. Поэтому логично и обоснованно разделить страны на категории и ввести свою производственную функцию для каждой категории.

При этом, поскольку в настоящее время технический прогресс идет быстрыми темпами, стимулируя быстрое обновление и замену основного капитала, основным фактором становится не столько накопленный *запас* основного капитала (фактор  $K$ ), сколько *поток* инвестиций в основной капитал (фактор  $L$ ). Поэтому при макроэкономическом моделировании имеет смысл использовать для производственной функции зависимость ВВП от *поточковых* характеристик – инвестиций и финансирования НИОКР.

Как показывает анализ, для большинства развитых стран (США, Германия, Япония, Франция, Канада, Ирландия, Австрия, Бельгия, Дания, Финляндия, Нидерланды, Новая Зеландия, Великобритания, Норвегия, Швейцария, Швеция, Сингапур, Испания) наиболее значим фактор финансирования НИОКР. Поэтому для них целесообразно использовать производственную функцию, зависящую от этого фактора. В то же время для развивающихся экономик (Россия, Китай, Мексика, Малайзия, Тунис) правильнее использовать функцию, зависящую от инвестиций.

### Литература

**Гафарова Е. А. 2013.** Моделирование регионального развития на основе производственных функций. *Науковедение* 3(16): 1–7. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/39evn313.pdf>.

**Abdih Y., Joutz F. 2008.** The Impact of Public Capital, Human Capital, and Knowledge on Aggregate Output. *IMF Working Paper*: 1–48.

- Alezze I. H. 2010.** Bahrain Aggregate Production Function, Determinants and Impacts. *International Conference on Business and Economics* 1: 372–379.
- Allen R. G. D. 1967.** *Macro-Economic Theory: a Mathematical Treatment*. London: Macmillan.
- Arrow K. J., Chenery H. B., Minhas B. S., Solow R. M. 1961.** Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency. *Review of Economics and Statistics (The MIT Press)* 43(3): 225–250.
- Chand S. N.d.** The Factors of Production: Classifications, Criticisms and Importance (Smriti Chand Economics). URL: <http://www.yourarticlelibrary.com/economics/the-factors-of-production-classifications-criticisms-and-importance-economics/10813/>.
- Cobb C. W., Douglas P. H. 1928.** A Theory of Production. *American Economic Review* 18 (Supplement): 139–165.
- Cooper R., John A. A. 2013.** *Macroeconomics: Theory Through Applications*. N. p.: The Saylor Foundation.
- Gentile B. 2011.** *The New Factors Of Production and the Rise of Data-Driven Applications*. URL: <http://www.forbes.com/sites/ciocentral/2011/10/31/the-new-factors-of-production-and-the-rise-of-data-driven-applications/>.
- Hall R. E., Jones C. I. 1999.** Why Do Some Countries Produce So Much More Output Per Worker Than Others? *National Bureau of Economic* 114(1): 83–116.
- Hussain T. 2010.** *Engineering Economics*. New Delhi: Laxmi Publications, Ltd.
- Liao Q., Wu Z., Xu J. 2010.** A New Production Function with Technological Innovation Factor and Its Application to the Analysis of Energy-Saving Effect in LSD. *Modelling and Simulation* 6(4): 257–266.
- Mohr A. N.d.** Factors of Production Economics. URL: <http://smallbusiness.chron.com/4-factors-production-economics-3945.html>.
- Okpige S. O. 2015.** The Seven Factors of Production. *British Journal of Applied Science & Technology* 5(3): 217–232.
- World Bank. 2016.** *World Development Indicators*. URL: <http://data.worldbank.org/country>.